mashtirish $\left|x_1^2+x_2^2+...+x_n^2\right|$ miqdorini o‘zgartirmaydi, ya’ni $\left|(Tx_1)^2+...+(Tx_n)^2\right|=\left|x_1^2+x_2^2+...+x_n^2\right|$. Bundan kelib chiqadiki, ixtiyoriy $0\in\Pi,\dim\Pi=m$ tekisligi uchun $u\big|_{\Pi}$ qisqartmasi $\Pi\setminus\{0\}$ to‘plamda subgarmonik funksiya bo‘ladi. 4-teoremaga ko‘ra, $u(x)$ maksimal $m-psh$ funksiya hisoblanadi.

**3. Xulosa.** Ishda $m$ -plyurisubgarmonik va $m$ -subgarmonik funksiyalar sinflari har tomonlama o‘rganilib, ularning o‘zaro bog‘liqligi o‘rganildi va bundan foydalanib, maksimal $m$ -plyurisubgarmonik funksiyalarning xossalari yoritildi. Ishda haqiqiy fazoni kompleks fazoga joylashtirish orqali $m-psh$ va $m-sh$ funksiyalar orasidagi muhim ekvivalentlik teoremasi isbotlangdi. Bu natija mazkur m-plyurisubgarmonik funksiyalarni o‘rganishda kompleks analiz usullaridan samarali foydalanish imkonini beradi. Shuningdek, maksimal $m$ -plyurisubgarmonik funksiyalar uchun maksimum prinsipiga tayangan holda muhim natijalar olindi. Maksimallikni ta’minlovchi yetarli shartlar keltirilib, nazariy olingan natijalar va shartlarni tushinishga yordam beruvchi aniq misol korsatilgan. Maqolada olingan natijalar $m$ -plyurisubgarmonik funksiyalar nazariyasini yanada rivojlantirishga xizmat qiladi hamda ko‘p o‘lchamli analiz va qavariq geometriyada yuzaga keladigan masalalarni tadqiq etishda muhim ahamiyat kasb etadi.

**Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:**


(1). Садуллаев А. Теория плюрипотенциала. Применения. Palmarium Akademic Publishing, 2012, 316 с.

(2). Абдуллаев Б.И., Шарипов Р.А., $m$ –субгармонические функции во всем пространстве $\mathbb{C}^n$. Функции Грина. “Узбекский математический журнал”, Ташкент, 2013, № 3, с. 3 – 8.

(3). Abdullaev B.I., Imomkulov S.A., Sharipov R.A. Removable singular sets of $m$-subharmonic functions. Algebra, Complex Analysis, and Pluripotential Theory, Springer Proceedings in Mathematics&Statistics. V. 264, 2018, p. 1–11.

(4). Abdullayev B.I., Subharmonic functions on complex Hyperplanes of $\mathbb{C}^n$.Journal of Siberian Federal University, Mathematics and Physics, Krasnoyarsk, 2013, № 6(4), p. 409–416.

(5). Sadullaev A. Further developments of the pluripotential theory (survey) // in Algebra, complex analysis, and pluripotential theory, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, 264(2018), p. 167–182.

(6). Drnovšek B., Forstnerič F. Minimal hulls of compact sets in $\mathbb{R}^3$ //Trans. Amer. Math. Soc., 368(2016), pp. 7477–7506.

(7). Harvey F.R. and Lawson H.B. Jr., An introduction to potential theory in calibrated geometry. Amer. J. Math. 131, 4(2009), pp. 893–944.

(8). Harvey F.R. and Lawson H.B Jr. Duality of positive currents and plurisubharmonic functions in calibrated geometry. Amer. J.Math. 131. 5(2009), pp. 1211–1240.

(9). Harvey F.R. and Lawson H.B. Jr., Geometric plurisubharmonicity and convexity – an introduction. Advances in Mathematics 230 (2012), pp. 2428–2456.

(10). Harvey F.R. and Lawson H.B. Jr., Plurisubharmonicity in a general geometric context. Geometry and Analysis, 1(2010), pp. 363–401.

(11). Harvey F.R. and Lawson H.B. Jr., Calibrated geometries. Acta Mathematica, 148(1982), pp. 47–157.

(12). Joyce D., Riemannian holonomy groups and calibrated geometry. Oxford University Press, USA, 2007, 318 p.

(13). Verbitsky M. Plurisubharmonic functions in calibrated geometry and q−convexity. Mathematische Zeitschrift, v. 264, 2010, №4, pp. 939–957.



**Kamolov Xursandbek Qurolboyevich (V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika instituti Xorazm bo‘limi katta ilmiy xodimi; xkamolov@mail.ru),**

**Quchkarboyev Otaxon (Abu Rayhon Beruniy nomidagi Urganch davlat universiteti magistranti)**


## BA’ZI OCHIQ RIMAN SIRTLARINI ALGEBRAIK VA XOS GOLOMORF JOYLASHTIRISH HAQIDA


***Annotatsiya.*** *Mazkur ishda kompleks tordan chekli nuqta olib tashlash orqali hosil qilingan ochiq Riman sirtining $\mathbb{C}^3$ fazoga algebraik joylashtirilishi tadqiq etiladi. Veyershtrass $\wp$-funksiyasi yordamida aniq xos golomorf joylashtirish qurilib, uning obrazi affin algebraik egri chiziq ekani ko‘rsatiladi. Yarim davr holatida yuzaga keladigan maxsus holat alohida tahlil qilinib, uni bartaraf etuvchi konstruksiya taklif etiladi.*



***Kalit so‘zlar:*** *ochiq Riman sirti, kompleks tor, Veyershtrass funksiyasi, xos golomorf joylashtirish, algebraik egrik chiziq.*

## О СООТВЕТСТВУЮЩЕМ ГОЛОМОРФНОМ И АЛГЕБРАИЧЕСКОМ ВЛОЖЕНИИ ОТКРЫТОЙ РИМАНОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

***Аннотация.*** *В данной работе исследуется алгебраическое вложение открытой римановой поверхности, полученной путем удаления конечного числа точек из комплексного тора, в пространство* $\mathbb{C}^3$. *С помощью* $\wp$*-функции Вейерштрасса строится явное собственное голоморфное вложение и показывается, что его образ является аффинной алгебраической кривой. Отдельно рассматривается специальный случай, возникающий в ситуации полупериодов, и предлагается конструкция, устраняющая возникающую вырожденность.*

***Ключевые слова:*** *открытая риманова поверхность, комплексный тор, функция Вейерштрасса, собственное голоморфное вложение, алгебраическая кривая.*

## ABOUT THE CORRESPONDING HOLOMORPHIC AND ALGEBRAIC EMBEDDING OF AN OPEN RIEMANN SURFACE

***Annotation.*** *This paper investigates the algebraic embedding of an open Riemann surface, obtained by removing a finite number of points from a complex torus, into the space* $\mathbb{C}^3$. *Using the Weierstrass* $\wp$*-function, an explicit proper holomorphic embedding is constructed, and it is shown that its image is an affine algebraic curve. A special case arising in the half-period situation is considered separately, and a construction eliminating the resulting degeneracy is proposed.*

***Keywords:*** *open Riemann surface, complex torus, Weierstrass function, proper holomorphic embedding, algebraic curve.*

**Kirish.** Ochiq Riman sirtlarini kompleks Yevklid fazolariga joylashtirish masalasi kompleks analiz va kompleks geometriyaning muhim yo‘nalishlaridan biri hisoblanadi. Bishop va Narasimhan natijalariga ko‘ra har qanday ochiq Riman sirti $\mathbb{C}^3$ fazoga xos golomorf joylashtiriladi. Ammo ochiq Riman sirtlarini algebraik joylashtirish (ya’ni obrazi algebraik egri chiziq bo‘ladigan xos golomorf joylashtirish) haligacha dolzarb masala bo‘lib qolmoqda. Mazkur ishda kompleks tordan chekli nuqtani chiqarib tashlash orqali hosil qilingan ochiq Riman sirtini algebraik joylashtirish quriladi.

**Mavzuga oid adabiyotlar tahlili.** Shteyn ko‘pxilliklarini $\mathbb{C}^N$ evklid fazosiga xos golomorf joylashtirish muhim hisoblanadi. Birinchi muhim natija 1956-yilda R.Remmert [12] tomonidan olingan bo‘lib, u har bir $n$-o‘lchamli $X$ Shteyn ko‘pxilligi yetarlicha katta $N$ uchun biror $\mathbb{C}^N$ fazoga xos golomorf joylashishini ko‘rsatdi. 1960–1961-yillarda E.Bishop va R.Narasimhan bir biridan mustaqil ravishda Remmert teoremasi $N = 2n + 1$ da ham o‘rinli bo‘lishini isbotladilar ([3], [11]). Keyinchalik, 1970-yilda O.Forster ushbu Bishop–Narasimhan natijasini yaxshilab, $N$ ni $\left[\frac{5n}{3}\right] + 2$ ga tushirdi hamda $N$ ni $\left[\frac{3n}{2}\right] + 1$ dan kichik qilish mumkin emas degan gipotezani ilgari surdi [6]. 1992-yilda Y.Eliashberg va M.Gromovlar bu gipotezani isbotladi.

**Teorema** (Eliashberg–Gromov [4]). Agar har qanday $n$-o‘lchamli $X$ Shteyn ko‘pxilligi uchun $n \geq 2$ bo‘lsa, $\mathbb{C}^N$ fazoga xos golomorf tarzda joylashadi. Bu yerda $N = \left[\frac{3n}{2}\right] + 1$.

Yuqoridagi teorema $n = 1$ holatida, ya’ni, $X$ ochiq bog‘lamli Riman sirti bo‘lganda Forster-Bell-Narasimhan gipotezasi quyidagicha bo‘ladi.

**Gipoteza.** Har qanday $X$ ochiq bog‘lamli Riman sirti $\mathbb{C}^2$ fazoga xos golomorf joylashadimi?

Umumiy holda hozirgacha masala ochiq bo‘lib, ba’zi ochiq Riman sirtlari $\mathbb{C}^2$ ga xos golomorf joylashishga ega ekanligi ma’lum. Ba’zi ma’lum misollarni qaraylik, ya’ni, ochiq birlik disk (Kasahara–Nishino, 1970), $\mathbb{C}$ dagi teshikli tekislik (H.B.Laufer, 1973), teshilgan disk (H.Alexander, 1977, [1]). Keyinchalik J.Globevnik and B. Stensønes [9]da, agar $X$ chegarasi silliq bo‘lgan va yakkalangan chegara nuqtalari bo‘lmagan har qanday chekli bog‘lamli tekis soha uchun gipoteza o‘rinli bo‘ladi. 2009-yilda F.Forstnerič va E.F.Wold eng yaxshi natijani isbotladilar [7], agar $\bar{X}$ – chegarasi silliq bo‘lgan Riman sirti bo‘lsa va $X$ ning ichida $\mathbb{C}^2$ ga golomorf joylashtirish mavjud bo‘lsa, u holda $X$ sirt $\mathbb{C}^2$ ga xos golomorf joylashadi.

Endi boshqa ma’lum muhim natijalarni sanab o‘tsak: ayrim Riman sirtlarini $\mathbb{C}^2$ ga interpolyatsiya bilan xos joylashtirish [10], Shteyn ko‘pxilliklar orasidagi uzluksiz akslantirishlarni deformatsiya qilish orqali joylashtirish [2], ba’zi shartlar bilan cheksiz bog‘lamli sohalarning $\mathbb{C}^2$ ga joylashtirilishi ko‘rsatilgan [8]. Bu masala kompakt Riman sirtlarini kompleks fazolarga golomorf joylashtirish hatto algebraik joylashtirish masalasi birinchilardan bo‘lib K.Kodaira ishlarida o‘rganilgan bo‘lib, ixtiyoriy $X$ kompakt Riman sirti $P_3$ proyektiv fazoga joylashtiriladi [5;30-b.]. Demak, $n = 1$ uchun umumiy holda E.Bishop va R. Narasimhan natijasi quyidagicha.

**Teorema** (E.Bishop va R.Narasimhan). $X$ ochiq Riman sirti bo‘lsin. U holda $X$ sirt $\mathbb{C}^3$ ga xos golomorf joylashtiriladi.

Ushbu ishda biz $X = T\backslash\{p_1, p_2\}$ ochiq Riman sirtining $\mathbb{C}^3$ ga *algebraik* joylashtirilishini quramiz. Bu esa Bishop–Narasimhan teoremasining konstruktiv va algebraik versiyasi bo‘ladi.

**Tadqiqot metodologiyasi.** Kompakt Riman sirtlar ustida, odatda, meromorf funksiyalar qaraladi. Elliptik funksiyalar va kompleks torlarning algebraik modeli Veyershtrass $\wp$-funksiyasi orqali tavsiflanadi [5; 174-b.]. Aytaylik, $\omega_1, \omega_2 \in \mathbb{C}$ lar $\mathbb{R}$ maydonda chiziqli erkli $\left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \notin \mathbb{R}\right)$ va ushbu

$$\Lambda = \{\omega \in \mathbb{C}: \omega = n\omega_1 + m\omega_2, n, m \in \mathbb{Z}\}$$

panjarani qaraylik. Biz $\mathbb{C}$ da ushbu

$$z_1, z_2 \in \mathbb{C}, z_1 - z_2 \in \Lambda \Leftrightarrow z_1 \sim z_2$$

ekvivalentlik munosabatini kiritib $T = \mathbb{C}/\Lambda$ faktor fazoga, ya’ni kompakt Riman sirti torga ega bo‘lamiz. Torda aniqlangan meromorf Veyershtrass $\wp$-funksiyasini qaraylik (5;13-b.):

$$\wp(z) = \frac{1}{z^2} + \sum_{\omega \neq 0}\left(\frac{1}{(z-\omega)^2} - \frac{1}{\omega^2}\right).$$

Bu funksiya $T$ da ikkinchi tartibli qutbga ega va $\wp(z_1) = \wp(z_2)$ bo‘lishi uchun $z_1 \equiv \pm z_2 (\mathrm{mod}\Lambda)$ bo‘lishi zarur va yetarli. Shuningdek, Veyershtrass $\wp$-funksiyasi va uning hosilasi orasida quyidagi bog‘-lanish mavjud [5; 174-b.]

$$(\wp'(z))^2 = 4\wp(z)^3 - g_2\wp(z) - g_3 \quad (1)$$

Bu yerda, $g_2 = 60\sum_{(n,m)\neq(0,0)}\frac{1}{\omega^4}$, $g_3 = 140\sum_{(n,m)\neq(0,0)}\frac{1}{\omega^6}$.

E.F.Wold [13] quyidagi natijani isbotlagan: agar $2(p_1 - p_2) \in \mathbb{C}\backslash\Lambda$ bo‘lsa, u holda $\psi = (f_{p_1}, g_{p_2}): T\backslash\{p_1, p_2\} \to \mathbb{C}^2$ xos golomorf joylashtirish bo‘ladi. Bu yerda: $f_{p_1} = \wp(z - p_1)$ va $g_{p_2} = \wp(z - p_2)$.

**Teorema**. $X = T\backslash\{p_1, p_2\}$ ochiq Riman sirti berilgan bo‘lsin.

1. Agar $2(p_1 - p_2) \in \mathbb{C}\backslash\Lambda$ bo‘lsa, u holda

$$\Phi: X \to \mathbb{C}^3, \Phi(z) = \left(\wp(z), \wp'(z), \frac{1}{(\wp(z) - \wp(p_1))(\wp(z) - \wp(p_2))}\right)$$

akslantirish $X$ni $\mathbb{C}^3$ga xos golomorf joylashtiradi va uning obrazi affin algebraik egri chiziq bo‘ladi.

2. Agar $2(p_1 - p_2) \in \Lambda, p_1 \neq p_2$ bo‘lsa, u holda

$$\Phi: X \to \mathbb{C}^3, \Phi(z) = \left(\wp(z), \wp'(z), \frac{\wp'(z)}{(\wp(z) - \wp(p_1))^2}\right)$$

akslantirish $X$ ni $\mathbb{C}^3$ga xos golomorf joylashtiradi va uning obrazi affin algebraik egri chiziq bo‘ladi.

**Isbot. 1-hol.** $2(p_1 - p_2) \in \mathbb{C}\backslash\Lambda$ bo‘lsin, unda Veyershtrass $\wp$-funksiyasi $\wp(p_1) \neq \wp(p_2)$ bo‘ladi. Ushbu akslantirishni qaraylik,

$$\Phi: X \to \mathbb{C}^3, \Phi(z) = \left(\wp(z), \wp'(z), \frac{1}{(\wp(z) - \wp(p_1))(\wp(z) - \wp(p_2))}\right). \quad (2)$$

Qulaylik uchun

$$f(z) = \frac{1}{(\wp(z) - \wp(p_1))(\wp(z) - \wp(p_2))}$$

deb belgilaymiz. $\wp(z)$ va $\wp'(z)$ funksiyalar $T$ torda meromorf funksiyalar bo‘lib, ularning qutblari faqat panjara nuqtalari bo‘ladi. $p_1, p_2 \notin X$ bo‘lishidan $\wp(z), \wp'(z)$ funksiyalar $X$ da golomorf bo‘ladi. Bundan tashqari, $f(z)$ funksiya faqat $p_1$ va $p_2$ nuqtalarda qutblarga ega. Bundan esa $f(z) \in \mathcal{O}(X)$ bo‘ladi. Demak,

$$\Phi: X \to \mathbb{C}^3$$

golomorf akslantirish bo‘ladi. Endi $\Phi: X \to \mathbb{C}^3$ni botiruvchi akslantirish ekanligini ko‘rsatmiz. $\Phi$ ning differensialini qaraylik, ya’ni

$$d\Phi(z) = (\wp'(z), \wp''(z), f'(z)).$$

Aytaylik, $d\Phi(z) = 0$ bo‘lsin, unda

$$\begin{cases}\wp'(z) = 0,\\ \wp''(z) = 0.\end{cases}$$

Ma’lumki, $\wp'(z) = 0$ tenglik faqat yarim davrlarda bajariladi. Bunday nuqtalarda esa $\wp''(z) \neq 0$. Haqiqatdan ham, (1) tenglikni differensiallab:

$$2\wp'(z)\wp''(z) = (12\wp(z)^2 - g_2)\wp'(z)$$

ega bo‘lamiz. Yarim davrlarda $\wp'(z) = 0$ bo‘lsa ham, $\wp''(z) = 0$ bo‘lishi mumkin emas, aks holda, $\wp'(z)$ ning noli karrali bo‘lib qoladi. Bundan esa elliptik egri chiziq singulyar bo‘lib qoladi. Demak, har bir $z \in X$ uchun $d\Phi(z) \neq 0$. Bundan $\Phi$ botiruvchi akslantirish bo‘ladi. Keyingi qadamda bu inektiv akslantirish bo‘lishini ko‘rsatamiz. $\forall z_1, z_2 \in X$ uchun

$$\Phi(z_1) = \Phi(z_2)$$

bo‘lsin. Undan esa

$$\wp(z_1) = \wp(z_2), \wp'(z_1) = \wp'(z_2).$$

$(\wp(z), \wp'(z))$ juftligi (1) ni qanoatlantiradi, ya’ni tor nuqtasini aniqlaydi. Bundan $z_1 - z_2 \in \Lambda$ hamda teorema 1)-shartidan $z_1 = z_2$ bo‘ladi. Bundan $\Phi$ inektiv
akslantirish. Endi $\Phi$ ning xos akslantirish ekanligini ko‘rsatamiz. Buning uchun $p_j (j = 1,2)$ nuqta atrofida Veyershtrass $\wp$-funksiyasi uchun

$$\wp(z) = \wp(p_j) + c(z - p_j)^2 + O((z - p_j)^4), c \neq 0 \ (j = 1,2).$$

chekli yoyilmaga egamiz. $\wp(p_1) \neq \wp(p_2)$ bo‘lgani uchun $p_j (j = 1,2)$ nuqtalar atrofida

$$f(z) \sim \frac{1}{c(\wp(p_1) - \wp(p_2))(z - p_j)^2}.$$

Shuning uchun $z \to p_1$ $(z \to p_2)$ da $\| \Phi(z) \| \to \infty$ bo‘ladi. $T$ tor kompakt to‘plam bo‘lgani uchun, $X$ fazodagi hech bir kompakt qism to‘plamda yotmaydigan har qanday ketma-ketlik qismiy ketma-ketligi $p_1$ yoki $p_2$ ga yaqinlashadi. Demak, har qanday $K \subset \mathbb{C}^3$ kompakt uchun $\Phi^{-1}(K)$ kompakt bo‘ladi. Shunday qilib, $\Phi$ xos golomorf akslantirish. Agar

$$u = \wp(z), v = \wp'(z), t = f(z)$$

deb olsak, unda (1) tenglik uchun

$$v^2 = 4u^3 - g_2 u - g_3,$$

hamda

$$t(u - \wp(p_1))(u - \wp(p_2)) = 1.$$

Demak, $\Phi(X)$ quyidagi algebraik tenglamalar bilan aniqlanadi:

$$\begin{cases} v^2 = 4u^3 - g_2 u - g_3, \\ t(u - \wp(p_1))(u - \wp(p_2)) = 1. \end{cases}$$

Shuning uchun $\Phi(X)$ xos golomorf akslantirish $\mathbb{C}^3$dagi affin algebraik egri chiziq bo‘ladi.

**2-hol.** Endi $2(p_1 - p_2) \in \Lambda, p_1 \neq p_2$ bo‘lsin, unda Veyershtrass $\wp$-funksiyasi
$\wp(p_1) = \wp(p_2) = a$ bo‘ladi. Ushbu akslantirishni qaraylik:

$$\Phi: X \to \mathbb{C}^3, \Phi(z) = \left(\wp(z), \wp'(z), \frac{\wp'(z)}{(\wp(z) - a)^2}\right). \quad (3)$$

Qulaylik uchun

$$g(z) = \frac{\wp'(z)}{(\wp(z) - a)^2}$$

deb belgilaymiz. Yuqoridagi kabi ko‘rsatish orqali (3) golomorf botiruvchi akslantirish bo‘ladi. (3) ning inektiv akslantirish bo‘lishini ko‘rsatamiz. $\forall z_1, z_2 \in X$ uchun $\Phi(z_1) = \Phi(z_2)$ bo‘lsin. Undan esa

$$\wp(z_1) = \wp(z_2), \wp'(z_1) = \wp'(z_2).$$

Yana (1) ga ko‘ra, $z_1 = z_2$ bo‘ladi. Bundan $\Phi$ inektiv akslantirish. Endi $\Phi$ ning xos akslantirish ekanligini ko‘rsatamiz. Buning uchun $p_j (j = 1,2)$ nuqtalar atrofida Veyershtrass $\wp$-funksiyasi va uning hosilasi uchun

$$\wp(z) = \wp(p_j) + c(z - p_j)^2 + O((z - p_j)^4),$$
$$\wp'(z) = 2c(z - p_j) + O((z - p_j)^3), c \neq 0 \ (j = 1,2).$$

Shuning uchun

$$g(z) \sim \frac{C}{(z - p_j)^3}, C = const, (j = 1,2)$$

Demak,

$$|g(z)| \to \infty \ z \to p_1 \ (z \to p_2).$$

Natijada $z \to p_1$ $(z \to p_2)$ da $\| \Phi(z) \| \to \infty$ bo‘ladi. Demak, har qanday $K \subset \mathbb{C}^3$ kompakt uchun $\Phi^{-1}(K)$ kompakt bo‘ladi. Shunday qilib, $\Phi$ xos golomorf akslantirish. Agar

$$u = \wp(z), v = \wp'(z), t = g(z)$$

deb olsak, unda (1) tenglik uchun

$$v^2 = 4u^3 - g_2 u - g_3,$$

hamda,

$$t(u-a)^2 = v.$$

Demak, $\Phi(X)$ quyidagi algebraik tenglamalar bilan aniqlanadi:

$$\begin{cases} v^2 = 4u^3 - g_2u - g_3, \\ t(u-a)^2 = v. \end{cases}$$

Bu yerda, $g_2 = 60\sum_{(n,m)\neq(0,0)}\frac{1}{\omega^4}$, $g_3 = 140\sum_{(n,m)\neq(0,0)}\frac{1}{\omega^6}$. Shunday qilib, $\Phi: X \to \mathbb{C}^3$ xos golomorf joylashtirish bo‘lib, uning obrazi affin algebraik egri chiziq bo‘ladi. *Teorema isbot bo‘ldi.*

**Xulosa.** Ishda ikki nuqta olib tashlangan kompleks torni $\mathbb{C}^3$ga algebraik joylashtirish qurildi. Ushbu natijani tordan chekli sondagi nuqtalarni chiqarib tashlangan ochiq Riman sirtlari uchun umumlashtirish mumkin.

**Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:**


[1]. H.Alexander, Explicit imbedding of the (punctured) disc into $\mathbb{C}^2$. Comment. Math. Helv., 52, p. 539–544, (1977).

[2]. R.Andrist, F.Forstnerič, T.Ritter, and E.F.Wold. Proper holomorphic embeddings into Stein manifolds with the density property. J.Anal. Math., 130 (2016), p. 135–150.

[3]. E.Bishop. Mappings of partially analytic spaces. Am. J. Math., 83, (1961), p. 209–242.

[4]. Y.Eliashberg, M.Gromov. Embeddings of Stein manifolds. Ann. Math., (2), 136, (1992), p. 123–135.

[5]. O Forster. Lectures on Riemann Surfaces. Springer-Verlag, 1999.

[6]. O.Forster. Plongements des vari´et´es de Stein. Comment. Math. Helv. 45, (1970), p. 170–184.

[7]. F.Forstnerič, E.F.Wold. Bordered Riemann Surfaces in $\mathbb{C}^2$, J. Math. Pures Appl. 91, (2009), p. 100–114.

[8]. F.Forstnerič, E.F.Wold. Embeddings of infinitely connected planar domains into $\mathbb{C}^2$. Anal. PDE 6 (2013), № 2, p. 499–514.

[9]. J.Globevnik, B.Stensønes. Holomorphic embeddings of planar domains into $\mathbb{C}^2$. Math. Ann., 303, (1995), 579–597.

[10]. F.Kutzschebauch, E.Løw, E.F.Wold. Embedding some Riemann surfaces into $\mathbb{C}^2$ with interpolation. Math. Z., 262 (2009), № 3, p. 603–611.

[11]. R.Narasimhan, Holomorphic mappings of complex spaces. Proc. Am. Math. Soc., 11, (1960), 800–804.

[12]. R.Remmert. Sur les espaces analytiques holomorphiquement s´eparables et holomorphiquement convexes. C.R.Acad. Sci. Paris 243, (1956), p. 211–121.

[13]. E.F.Wold. Embedding Riemann surfaces into $\mathbb{C}^2$. Internat. J.Math. 17: (2006), p. 963–974.



**Atajonov Dilshod Ozodovich (Abu Rayhon Beruniy nomidagi Urganch davlat universiteti katta o‘qituvchisi; diwa_4848@mail.ru)**


## QO‘SHIMCHA HADLI KAMASSA-HOLM TENGLAMASINI INTEGRALLASH


***Annotatsiya.*** *Ushbu ish qo‘shimcha hadli Kamassa-Holm tenglamasini davriy funksiyalar sinfida integrallashga bag‘ishlangan. Avvalo, boshlang‘ich shart sifatida berilgan funksiyani vaznli Shturm-Liuvill tenglamasining koeffitsiyenti deb qarab, to‘g‘ri masala yechiladi va $t = 0$ da spektral berilganlarni hosil qilinadi. Keyin $t > 0$ da vaznli Shturm-Liuvill tenglamasining spektral berilganlarining vaqt bo‘yicha o‘zgarish dinamikasini ifodalovchi Dubrovin tenglamalari sistemasi hosil qilinadi va yechimning mavjudligi va yagona ekanligi isbotlanadi. Oxirida teskari spektral masala yechish algoritmidan foydalanib, hisoblangan spektral berilganlar asosida qo‘shimcha hadli Kamassa-Holm tenglamasining yechimini qayta tiklash algoritmi taqdim etiladi.*



***Kalit so‘zlar:*** *vaznli Shturm-Liuvill tenglamasi, Kamassa-Holm tenglamasi, teskari masala, lakuna, izlar formulasi.*



**Атаджонов Дилшод Озодович (Старший преподаватель Ургенчского государственного университета имени Абу Райхана Беруни; diwa_4848@mail.ru)**


## ИНТЕГРИРОВАНИЕ УРАВНЕНИЯ КАМАССА–ХОЛМА С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ ЧЛЕНОМ


***Аннотация.*** *Данная работа посвящена интегрированию уравнения Камасса–Холма с дополнительным членом в классе периодических функций. Прежде всего, принимая заданную начальную функцию в качестве коэффициента уравнения Штурма-Лиувилля с весом, формулируется и решается правильно поставленная прямая задача, по результатам которой в момент $t = 0$ получаются спектральные данные. Затем при $t > 0$ выводится система уравнений Дубровина, описывающих динамику изменения спектральных данных во времени, и доказываются существование и единст-*