hamda,

$$t(u-a)^2 = v.$$

Demak, $\Phi(X)$ quyidagi algebraik tenglamalar bilan aniqlanadi:

$$\begin{cases} v^2 = 4u^3 - g_2u - g_3, \\ t(u-a)^2 = v. \end{cases}$$

Bu yerda, $g_2 = 60\sum_{(n,m)\neq(0,0)}\frac{1}{\omega^4}$, $g_3 = 140\sum_{(n,m)\neq(0,0)}\frac{1}{\omega^6}$. Shunday qilib, $\Phi: X \to \mathbb{C}^3$ xos golomorf joylashtirish bo‘lib, uning obrazi affin algebraik egri chiziq bo‘ladi. *Teorema isbot bo‘ldi.*

Xulosa. Ishda ikki nuqta olib tashlangan kompleks torni $\mathbb{C}^3$ga algebraik joylashtirish qurildi. Ushbu natijani tordan chekli sondagi nuqtalarni chiqarib tashlangan ochiq Riman sirtlari uchun umumlashtirish mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:

[1]. H.Alexander, Explicit imbedding of the (punctured) disc into $\mathbb{C}^2$. Comment. Math. Helv., 52, p. 539–544, (1977).

[2]. R.Andrist, F.Forstnerič, T.Ritter, and E.F.Wold. Proper holomorphic embeddings into Stein manifolds with the density property. J.Anal. Math., 130 (2016), p. 135–150.

[3]. E.Bishop. Mappings of partially analytic spaces. Am. J. Math., 83, (1961), p. 209–242.

[4]. Y.Eliashberg, M.Gromov. Embeddings of Stein manifolds. Ann. Math., (2), 136, (1992), p. 123–135.

[5]. O Forster. Lectures on Riemann Surfaces. Springer-Verlag, 1999.

[6]. O.Forster. Plongements des vari´et´es de Stein. Comment. Math. Helv. 45, (1970), p. 170–184.

[7]. F.Forstnerič, E.F.Wold. Bordered Riemann Surfaces in $\mathbb{C}^2$, J. Math. Pures Appl. 91, (2009), p. 100–114.

[8]. F.Forstnerič, E.F.Wold. Embeddings of infinitely connected planar domains into $\mathbb{C}^2$. Anal. PDE 6 (2013), № 2, p. 499–514.

[9]. J.Globevnik, B.Stensønes. Holomorphic embeddings of planar domains into $\mathbb{C}^2$. Math. Ann., 303, (1995), 579–597.

[10]. F.Kutzschebauch, E.Løw, E.F.Wold. Embedding some Riemann surfaces into $\mathbb{C}^2$ with interpolation. Math. Z., 262 (2009), № 3, p. 603–611.

[11]. R.Narasimhan, Holomorphic mappings of complex spaces. Proc. Am. Math. Soc., 11, (1960), 800–804.

[12]. R.Remmert. Sur les espaces analytiques holomorphiquement s´eparables et holomorphiquement convexes. C.R.Acad. Sci. Paris 243, (1956), p. 211–121.

[13]. E.F.Wold. Embedding Riemann surfaces into $\mathbb{C}^2$. Internat. J.Math. 17: (2006), p. 963–974.

Atajonov Dilshod Ozodovich (Abu Rayhon Beruniy nomidagi Urganch davlat universiteti katta o‘qituvchisi; diwa_4848@mail.ru)

QO‘SHIMCHA HADLI KAMASSA-HOLM TENGLAMASINI INTEGRALLASH

Annotatsiya. *Ushbu ish qo‘shimcha hadli Kamassa-Holm tenglamasini davriy funksiyalar sinfida integrallashga bag‘ishlangan. Avvalo, boshlang‘ich shart sifatida berilgan funksiyani vaznli Shturm-Liuvill tenglamasining koeffitsiyenti deb qarab, to‘g‘ri masala yechiladi va $t = 0$ da spektral berilganlarni hosil qilinadi. Keyin $t > 0$ da vaznli Shturm-Liuvill tenglamasining spektral berilganlarining vaqt bo‘yicha o‘zgarish dinamikasini ifodalovchi Dubrovin tenglamalari sistemasi hosil qilinadi va yechimning mavjudligi va yagona ekanligi isbotlanadi. Oxirida teskari spektral masala yechish algoritmidan foydalanib, hisoblangan spektral berilganlar asosida qo‘shimcha hadli Kamassa-Holm tenglamasining yechimini qayta tiklash algoritmi taqdim etiladi.*

Kalit so‘zlar: *vaznli Shturm-Liuvill tenglamasi, Kamassa-Holm tenglamasi, teskari masala, lakuna, izlar formulasi.*

Атаджонов Дилшод Озодович (Старший преподаватель Ургенчского государственного университета имени Абу Райхана Беруни; diwa_4848@mail.ru)

ИНТЕГРИРОВАНИЕ УРАВНЕНИЯ КАМАССА–ХОЛМА С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ ЧЛЕНОМ

Аннотация. *Данная работа посвящена интегрированию уравнения Камасса–Холма с дополнительным членом в классе периодических функций. Прежде всего, принимая заданную начальную функцию в качестве коэффициента уравнения Штурма-Лиувилля с весом, формулируется и решается правильно поставленная прямая задача, по результатам которой в момент $t = 0$ получаются спектральные данные. Затем при $t > 0$ выводится система уравнений Дубровина, описывающих динамику изменения спектральных данных во времени, и доказываются существование и единст-*

венность ее решения. В заключение, используя алгоритм решения обратной спектральной задачи, на основе вычисленных спектральных данных приводится алгоритм восстановления решения уравнения Камасса-Холма с дополнительным членом.

Ключевые слова: *уравнения Штурма-Лиувилля с весом, уравнение Камасса-Холма, обратная задача, лакуна, формула след.*

Atajonov Dilshod Ozodovich (Senior Lecturer at Urgench State University named after Abu Rayhan Biruni; diwa_4848@mail.ru)

INTEGRATION OF THE CAMASSA-HOLM EQUATION WITH AN ADDITIONAL TERM

Annotation. *This work is devoted to integrating the Camassa-Holm equation with an additional term in the class of periodic functions. First, considering the given initial function as the coefficient of a weighted Sturm-Liouville equation, we formulate and solve the well-posed direct problem and obtain the spectral data at* $t = 0$. *Then, for* $t > 0$, *we derive the Dubrovin equations that describe the time evolution of the spectral data and prove the existence and uniqueness of their solution. Finally, using the inverse spectral problem algorithm, we present an algorithm for reconstructing the solution of the Camassa-Holm equation with an additional term based on the computed spectral data.*

Key words: *weighted Sturm-Liouville equation, Camassa-Holm equation, inverse problem, lacunas, trace formulas.*

Kirish. Kamassa–Holm tenglamasi $u_{xt} - u_{xxt} + 2ku_x + 3uu_x = uu_{xxx} + 2u_xu_{xx}$

birinchi marta [1] ishda sayoz suv to‘lqinlarining tarqalishini tavsiflovchi matematik model sifatida keltirib chiqarilgan bo‘lib, bu yerda $u(x,t)$ gorizontal yo‘nalishdagi suyuqlik tezligini bildiradi, k esa kritik to‘lqin tezligiga bog‘liq bo‘lgan o‘zgarmas kattalikdir.

Ushbu ishda biz qo‘shimcha hadga ega bo‘lgan Kamassa-Holm tenglamasini o‘rganamiz, ya’ni quyidagi

$$u_{xt} - u_{xxt} = uu_{xxx} + 2u_xu_{xx} - 3uu_x + f(t)(u_x - u_{xxx}) \tag{1}$$

tenglamasining, ushbu

$$u(x,0) = u_0(x),\ x \in \mathbb{R} \tag{2}$$

boshlang‘ich shartini qanoatlantiruvchi va quyidagi

$$u \in C_x^3(t>0) \cap C_t^1(t>0) \cap C(t \geq 0) \tag{3}$$

sinfga tegishli bo‘lgan, x o‘zgaruvchi boyicha π davrli $u = u(x,t)$ haqiqiy yechimini mazkur

$$y'' - \frac{1}{4}y = \lambda q(x,t)y,\ x \in \mathbb{R} \tag{4}$$

vaznli Shturm-Liuvill tenglamasi uchun qo‘yilgan to‘g‘ri va teskari masalalar usulidan foydalanib topish algoritmini bayon qilamiz. Boshlang‘ich shartdagi $u_0(x) \in C^3(\mathbb{R})$ funksiya oldindan berilgan π davrli funksiya bo‘lib, $f(t)$ – berilgan uzluksiz chegaralangan funksiya.

Ushbu ishning asosiy maqsadi (4) tenglama uchun to‘g‘ri va teskari masalalar usulidan foydalanib (1)-(4) masalani $u(x,t)$ yechimini topishdan iborat.

Tadqiqot metodologiyasi. Quyidagi

$$y'' - \frac{1}{4}y = \lambda q(x)y,\ x \in \mathbb{R} \tag{5}$$

vaznli Shturm-Liuvill tenglamasini qaraylik. Bu yerda $q(x)$ koeffitsiyent π davrli haqiqiy uzluksiz funksiya bo‘lib, $\lambda \in \mathbb{C}$ - kompleks parametr. (5) differensial tenglamaning

$$c(0,\lambda) = 1,\ c'(0,\lambda) = 0 \text{ va } s(0,\lambda) = 0,\ s'(0,\lambda) = 1$$

boshlang‘ich shartlarni qanoatlatiruvchi yechimlarini, mos ravishda, $c(x,\lambda)$ va $s(x,\lambda)$ orqali belgilaymiz.

[2,3] ishlarda (5) vaznli Shturm-Liuvill masalasining koeffitsiyenti π davrli va $q(x) < 0$ bo‘lgan holda to‘g‘ri va teksari spektral masala o‘rganilgan. Bu holda (5) vaznli Shturm-Liuvill masalasi absolyut uzluksiz spektrga ega bo‘lib, uning quyidagi

$$E=\{\lambda\in R:-2\le\Delta(\lambda)\le 2\}=[\lambda_0,\lambda_1]\cup[\lambda_2,\lambda_3]\cup\ldots\cup[\lambda_{2n},\lambda_{2n+1}]\ldots$$

to‘plamdan iborat bo‘lishi ko‘rsatilgan.

Ushbu $(-\infty,\lambda_0)$, $(\lambda_{2n-1},\lambda_{2n})$, n ≥ 1 intervallarga lakunalar deyiladi. Spektrning λ_k, $k=0,1,2,\ldots$ chetki nuqtalari $\Delta^2(\lambda)-4$ funksiyaning nollaridan iborat bo‘ladi va ular (1.1.1) tenglamaga qo‘yilgan davriy $(y(0)=y(\pi),\ y'(0)=y'(\pi))$ va yarimdavriy $(y(0)=-y(\pi),\ y'(0)=-y'(\pi))$ chegaraviy masalalarning xos qiymatlari bilan ustma-ust tushadi. Bu yerda $\Delta(\lambda)=c(\pi,\lambda)+s'(\pi,\lambda)$ bo‘lib, unga (5) tenglamaning Lyapunov funksiyasi deyiladi.

$s(\pi,\lambda)$ funksiyaning nollarini ξ_n, $n=1,2,\ldots$ orqali belgilaymiz va ular (5) tenglamaga qo‘yilgan $(y(0)=0,\ y(\pi)=0)$ Dirixle masalasining xos qiymatlari bilan ustma-ust tushadi.

Ushbu ξ_n, $n=1,2,\ldots$ sonlar ketma-ketligi va

$$\sigma_n\equiv sign\{s'(\pi,\xi_n)-c(\pi,\xi_n)\}=\pm 1,\quad n=1,2,\ldots$$

ishoralar ketma-ketligiga (5) vaznli Shturm-Liuvill tenglamasining spektral parametrlari deyiladi.

Spektrning chetki nuqtalari λ_n, $n=0,1,2,\ldots$ va spektral parametrlardan tashkil topgan ushbu

$$\{\lambda_{n-1},\ \xi_n,\ \sigma_n=\pm 1,\ n\ge 1\}$$

jamlanmaga (5) vaznli Shturm-Liuvill tenglamasining spektral berilganlari deyiladi.

Berilgan $q(x)$ koeffiysiyent bo‘yicha (5) vaznli Shturm-Liuvill tenglamasining spektral berilganlarini topish va uning xossalarini o‘rganishga to‘g‘ri spektral masala, aksincha, vaznli Shturm-Liuvill tenglamasining spektral berilganlari orqali $q(x)$ koeffitsiyentni tiklash masalasiga teskari spektral masala deyiladi.

Tahlil va natijalar. Ushbu ishning asosiy natijasi quyidagi teoremadan iborat.

1-teorema. Agar $u(x,t)$ funksiya (1)-(4) masalaning yechimi bo‘lsa, u holda:

1) (4) tenglamaga qo‘yilgan davriy va yarimdavriy chegaraviy masalaning $\lambda_n(t)$, $n=0,1,2,\ldots$ xos qiymatlari, ya’ni spektrning chetki nuqtalari t paramertga bog‘liq bo‘lmaydi;

2) $\xi_n=\xi_n(t)$, $\sigma_n=\sigma_n(t)$, $n\ge 1$ spektral parametrlari esa quyidagi differensial tenglamalar sistemasini qanoatlantiradi:

$$\frac{d\xi_n(t)}{dt}=\left\{\frac{1}{2\xi_n}-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{\infty}\frac{1}{\xi_j}+\frac{1}{4}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{\lambda_k}\right\}h(\xi_n). \tag{6}$$

Bu yerda

$$h(\xi_n)=\frac{\xi_n\sigma_n\sqrt{\left(1-\frac{\xi_n}{\lambda_0}\right)\prod_{i=1}^{\infty}\left(1-\frac{\xi_n}{\lambda_{2i-1}}\right)\left(1-\frac{\xi_n}{\lambda_{2i}}\right)}}{\prod_{\substack{j\ne n\\ j=1}}^{\infty}\left(1-\frac{\xi_n}{\xi_j}\right)}$$

bo‘lib, quyidagi boshlang‘ich shartlar bajariladi:

$$\xi_n(t)\big|_{t=0}=\xi_n^0,\ \sigma_n(t)\big|_{t=0}=\sigma_n^0,\ n=1,2,\ldots$$

Bu yerda ξ_n^0, σ_n^0, $n=1,2,\ldots$lar koeffitsiyenti $q_0(x)=u(x,0)-u_{xx}(x,0)$ bo‘lgan vaznli Shturm-Liuvill tenglamasining spektral parametrlari bo‘lib, $\sigma_n(t)=\pm 1$ ishoralar $\xi_n(t)$ spektral parameter o‘zining $[\lambda_{2n-1},\lambda_{2n}]$ lakunasi chetiga kelganda qarama-qarshisiga o‘zgaradi.

Isbot. Faraz qilayliz, $u(x,t)$ funksiya (1) tenglamaning x bo‘yicha π davrli yechimi bo‘lsin. Ushbu

$$y_n'' - \frac{1}{4}y_n = \xi_n(t)q(x,t)y_n,\ n = 1,2,... \tag{7}$$

ayniyatni t o‘zgaruvchi bo‘yicha differensiallaymiz va quyidagi tenglikka ega bo‘lamiz:

$$\dot{y}''_n - \frac{1}{4}\dot{y}_n = \dot{\xi}_n q(x,t)y_n + \xi_n q_t(x,t)y_n + \xi_n q(x,t)\dot{y}_n$$

Oxirgi tenglikni y_n ga, (7) tenglikni esa $\dot{y}_n$ ga ko‘paytiramiz:

$$\dot{y}''_n y_n - \frac{1}{4}\dot{y}_n y_n = \dot{\xi}_n q(x,t)y_n^2 + \xi_n q_t(x,t)y_n^2 + \xi_n q(x,t)y_n\dot{y}_n$$

$$y''_n\dot{y}_n - \frac{1}{4}y_n\dot{y}_n = \xi_n q(x,t)y_n\dot{y}_n$$

Oxirgi ikkita tengliklarni o‘zaro solishtirsak, quyidagi

$$\dot{\xi}_n q(x,t)y_n^2 = \dot{y}''_n y_n - y''\dot{y}_n - \xi_n q_t(x,t)y_n^2 \tag{8}$$

tenglik kelib chiqadi. (8) tenglikni $(0,\pi)$ oraliqda integrallasak, u holda

$$\dot{\xi}_n\int_0^\pi q(x,t)y_n^2dx = \int_0^\pi (\dot{y}'_n y_n - y_n\dot{y}'_n)'dx - \int_0^\pi \xi_n q_t(x,t)y_n^2dx$$

$$\dot{\xi}_n\int_0^\pi q(x,t)y_n^2dx = (\dot{y}'y_n - y'_n\dot{y}_n)\Big|_0^\pi - \int_0^\pi \xi_n q_t(x,t)y_n^2dx$$

$$\dot{\xi}_n\int_0^\pi q(x,t)y_n^2dx = -\int_0^\pi \xi_n q_t(x,t)y_n^2dx \tag{9}$$

ayniyat hosil bo‘ladi. (9) tenglikda

$$\int_0^\pi y_n^2(x,t)q(x,t)dx = -1$$

ekanligini hisobga olsak,

$$\dot{\xi}_n = \int_0^\pi \xi_n q_t(x,t)y_n^2dx \tag{10}$$

tenglik hosil bo‘ladi.

Endi (1) Kamassa-Holm tenglamasini ushbu

$$q_t = -uq_x - 2u_xq + f(t)(u_x - u_{xxx}) \tag{11}$$

ko‘rinishda yozib olamiz. Bunda $q = u - u_{xx}$. Agar (11) ifodani (10) tenglikka qo‘ysak, u holda

$$\dot{\xi}_n = -\int_0^\pi \xi_n(uq_x + 2u_xq)y_n^2dx + \int_0^\pi \xi_n\gamma(t)(u_x - u_{xxx})y_n^2dx \tag{12}$$

ayniyat hosil bo‘ladi. Bu ayniyatning o‘ng tomonidagi birinchi integralga bo‘laklab integrallash qoidasini qo‘llasak, quyidagi

$$I_1 = -\int_0^\pi \xi_n(uq_x + 2u_xq)y_n^2dx = -\int_0^\pi \xi_n uq_xy_n^2dx - 2\int_0^\pi \xi_n u_xqy_n^2dx =$$

$$= -\int_0^\pi \xi_n uy_n^2dq - 2\int_0^\pi \xi_n u_xqy_n^2dx = 2\int_0^\pi \xi_n uy_ny'_ndq - \int_0^\pi \xi_n u_xqy_n^2dx \tag{13}$$

tenglikni hosil qilamiz. Agar (13) tenglikda, ushbu

$$y_n'' = \frac{1}{4}y_n + \xi_n q(x,t)y_n$$

ayniyatdan foydalansak, quyidagi

$$I_1 = 2\int_0^{\pi} u\left(y_n'' - \frac{1}{4}y_n\right)y_n' dx - \int_0^{\pi} u_x\left(y_n'' - \frac{1}{4}y_n\right)y_n dx =$$

$$= 2\int_0^{\pi} uy_n' y_n'' dx - \frac{1}{2}\int_0^{\pi} uy_n y_n' dx - \int_0^{\pi} u_x y_n y_n'' dx + \frac{1}{4}\int_0^{\pi} u_x y_n^2 dx \qquad (14)$$

tenglik kelib chiqadi. (14) tenglikdagi uchinchi integralda ushbu

$$y_n y_n'' = \left(y_n y_n'\right)' - y_n'^2$$

tenglikdan foydalansak, quyidagi

$$I_1 = 2\int_0^{\pi} uy_n' dy_n' - \frac{1}{2}\int_0^{\pi} uy_n dy_n - \int_0^{\pi} u_x\left(y_n y_n'\right)' dx + \int_0^{\pi} u_x y_n'^2 dx + \frac{1}{4}\int_0^{\pi} u_x y_n^2 dx =$$

$$= uy_n'^2\Big|_0^{\pi} - \frac{1}{2}\int_0^{\pi} ud\left(y_n y_n'\right) + \frac{1}{2}\int_0^{\pi} u_x y_n^2 dx =$$

$$= uy_n'^2\Big|_0^{\pi} + \frac{1}{2}\int_0^{\pi} u_{xx} y_n y_n' dx + \frac{1}{2}\int_0^{\pi} u_x y_n^2 dx =$$

$$= uy_n'^2\Big|_0^{\pi} - \frac{1}{2}\int_0^{\pi} u_{xxx} y_n^2 dx + \frac{1}{2}\int_0^{\pi} u_x y_n^2 dx = uy_n'^2\Big|_0^{\pi} + \frac{1}{2}\int_0^{\pi}\left(u_x - u_{xxx}\right)y_n^2 dx =$$

$$= uy_n'^2\Big|_0^{\pi} + \frac{1}{2}\int_0^{\pi} q_x y_n^2 dx = uy_n'^2\Big|_0^{\pi} + \frac{1}{2}\int_0^{\pi} y_n^2 dq = uy_n'^2\Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} qy_n y_n' dx \qquad (15)$$

tenglikka ega bo‘lamiz. (15) tenglikda $y_n'' = \frac{1}{4}y_n + \xi_n q\left(x,t\right)y_n$ ekanligini e’tiborga olsak, quyidagi

$$I_1 = uy_n'^2\Big|_0^{\pi} - \frac{1}{\xi_n}\int_0^{\pi}\left[y_n'' - \frac{1}{4}y_n\right]y_n' dx = uy_n'^2\Big|_0^{\pi} - \frac{1}{\xi_n}\int_0^{\pi} y_n'' y_n' dx + \frac{1}{4\xi_n}\int_0^{\pi} y_n y_n' dx =$$

$$= uy_n'^2\Big|_0^{\pi} - \frac{1}{\xi_n}\int_0^{\pi} y_n' dy_n' + \frac{1}{4\xi_n}\int_0^{\pi} y_n dy_n \qquad (16)$$

tenglikni hosil qilamiz. Endi $u\left(0,t\right) = u\left(\pi,t\right)$ tenglikdan foydalanib, (16) tenglikni ushbu

$$\dot{\xi}_n = \left(-\tfrac{1}{2\xi_n} + u(0,t)\right)\left[y'^2_n(\pi,t) - y'^2_n(0,t)\right] \qquad (17)$$

ko‘rinishda yozib olamiz.

Endi (11) tenglikning o‘ng tomonidagi ikkinchi integralni hisoblaymiz:

$$I_2 = \int_0^{\pi} \xi_n f(t)(u_x - u_{xxx})y_n^2 dx = f(t)\int_0^{\pi} \xi_n y_n^2 d(u - u_{xx}) =$$

$$= f(t)\left[\xi_n y_n^2(u - u_{xx})\Big|_0^{\pi} - 2\int_0^{\pi} \xi_n(u - u_{xx})y_n y_n' dx\right] =$$

$$= -2f(t)\int_0^{\pi}\left(y_n'' - \frac{1}{4}y_n\right)y_n' dx = -f(t)[y_n'^2(\pi,t) - y_n'^2(0,t)]. \qquad (18)$$

(17) va (18) tengliklarni (12) tenglikka qo‘ysak, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\dot{\xi}_n = \left(-\frac{1}{2\xi_n} + u(x,t) - f(t) \right) [y_n'^2(\pi,t) - y_n'^2(0,t)]. \tag{17}$$

Quyidagi

$$y_n'^2(\pi,t) - y_n'^2(0,t) = -\frac{\sigma_n \sqrt{\left(1-\frac{\xi_n}{\lambda_0}\right)\prod_{i=1}^{\infty}\left(1-\frac{\xi_n}{\lambda_{2i-2}}\right)\left(1-\frac{\xi_n}{\lambda_{2i}}\right)}}{\xi_n^{-1}\prod_{\substack{j\neq n\\ j=1}}^{\infty}\left(1-\frac{\xi_n}{\xi_j}\right)}$$

[4] tenglikni (17) tenglikka qo‘yib, ushbu

$$\dot{\xi}_n = \left(\frac{1}{2\xi_n} - u(0,t) \right) \frac{\xi_n \sigma_n \sqrt{\left(1-\frac{\xi_n}{\lambda_0}\right)\prod_{i=1}^{\infty}\left(1-\frac{\xi_n}{\lambda_{2i-1}}\right)\left(1-\frac{\xi_n}{\lambda_{2i}}\right)}}{\prod_{\substack{j\neq n\\ j=1}}^{\infty}\left(1-\frac{\xi_n}{\xi_j}\right)} \tag{18}$$

differensial tenglamalar sistemasini hosil qilamiz. Quyidagi izlar formulasidan foydalanib,

$$u(0,t) = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{\xi_k} - \frac{1}{4}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{\lambda_k}$$

(18) tenglikni quyidagi

$$\dot{\xi}_n = \left\{ \frac{1}{2\xi_n} - \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{\infty}\frac{1}{\xi_j} + \frac{1}{4}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{\lambda_k} \right\} h(\xi_n) \tag{19}$$

yopiq ko‘rinishda yozish mumkin. Bunda

$$h(\xi_n) = \frac{\xi_n \sigma_n \sqrt{\left(1-\frac{\xi_n}{\lambda_0}\right)\prod_{i=1}^{\infty}\left(1-\frac{\xi_n}{\lambda_{2i-1}}\right)\left(1-\frac{\xi_n}{\lambda_{2i}}\right)}}{\prod_{\substack{j\neq n\\ j=1}}^{\infty}\left(1-\frac{\xi_n}{\xi_j}\right)}.$$

Endi davriy va yarimdavriy masalalarning $\lambda_n(t),\ n = 0,1,2,\ldots$ xos qiymatlari t ga bog‘liq emasligini isbotlaymiz. Davriy yoki yarimdavriy masalalarning normallangan xos funksiyalarini $v_n(x,t),\ n = 0,1,2,\ldots$ orqali belgilasak, yuqoridagi usul bilan quyidagi tenglikni hosil qilamiz:

$$\dot{\lambda}_n(t) = \int_0^{\pi} \lambda_n(t)\left(uu_{xxx} + 2u_x u_{xx} - 3uu_x\right)v_n^2(x,t)\,dx =$$

$$= \left[-\frac{1}{2\lambda_n(t)} + u(0,t) \right] \left[v_n'^2(\pi,t) - v_n'^2(0,t) \right].$$

Bunda $v_n'(x,t)$ funksiyaning davriyligini hisobga olsak, quyidagi

$$\dot{\lambda}_n(t) = 0$$

ayniyat kelib chiqadi.

Xulosa. Ushbu maqolada davriy koeffitsiyentlarga ega vaznli Shturm-Liuvil tenglamasi uchun to‘g‘-ri va teskari masalalar usuldan foydalanib, qo‘shimcha hadli Kamassa-Holm tenglamasi uchun Koshi masalasi davriy funksiyalar sinfida yechildi. Differensial tenglamalarning Dubrovin sistemasiga o‘xshash analogi hosil qilindi. Olingan yechim bir jinsli yaqinlashuvchi funksional qator ko‘rinishida ifodalandi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:

[1]. Camassa R. and Holm D., An integrable shallow water equation with peaked solitons. Phys. Rev. Lett., 1993, vol. 71, pp. 1661–1664.

[2]. Constantin A. A general-weighted Sturm-Liouville problem, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa, 1997, 24, p. 767–782.

[3]. Constantin A. On the spectral problem for the periodic Camassa-Holm equation, J.Math. Anal. Appl., 1997, 210, p. 215–230.

[4]. Hasanov A.B., Babajanov B.A, Atajonov D.O. On the Integration of the Periodic Camassa-Holm Equation with a Self-Consistent Source, Journal of SibFU. Mathematics and Physics, 2022, 15(6), p. 785–796.

Islamova Mavluda Ikrambayevna (Abu Rayhon Beruniy nomidagi Urganch davlat universitetining Matematik modellashtirish, sonli usullar va dasturlar majmuyi ixtisosligi bo‘yicha 2-bosqich tayanch doktoranti)

DISKRET KVADRATIK AKSLANTIRISH UCHUN QO‘ZG‘ALMAS NUQTALAR, BIFURKATSIYALAR

Annotatsiya. *Ushbu maqolada aholining iqtisodiy faolligini diskret vaqtli dinamik tizimlar yordamida modellashtirish masalasi o‘rganiladi. Iqtisodiy faollik ko‘rsatkichlari – faol aholi ulushi* x_n *va iqtisodiy passiv aholi ulushi* y_n *o‘zaro bog‘liq diskret tizim orqali tasvirlanadi. Asosiy o‘rganish obyekti sifatida tizimning invariant to‘g‘ri chiziqdan hosil qilingan bir o‘lchovli kvadratik akslantirish tanlangan. Maqolada ushbu akslantirishning qo‘zg‘almas nuqtalari, ularning barqarorligi, bifurkatsiya diagrammasi va xaotik xulq-atvorga o‘tish shartlari tahlil qilinadi. Asosiy natija sifatida teorema isbotlangan bo‘lib, unda parametrning ma’lum qiymatida tizimda davr-3 orbitasi paydo bo‘lishi va Li-York teoremasi asosida xaosning yuzaga kelishi ko‘rsatilgan. Natijalar iqtisodiy tizimlarning uzoq muddatli xulq-atvorini bashorat qilishda muhim amaliy ahamiyatga ega.*

Kalit so‘zlar: *diskret dinamik tizim, kvadratik akslantirish, barqarorlik, bifurkatsiya, xaos, iqtisodiy modellashtirish, invariant to‘g‘ri chiziq, Li-York teoremasi, Feigenbaum doimiysi, davr-3.*

Исламова Мавлуда Икрамбаевна (докторант 2-го курса по специальности «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» Ургенчского государственного университета имени Абу Райхана Беруни)

НЕПОДВИЖНЫЕ ТОЧКИ И БИФУРКАЦИИ ДИСКРЕТНОГО КВАДРАТИЧНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ

Аннотация. *В данной статье исследуется задача моделирования экономической активности населения с помощью дискретных динамических систем во времени. Показатели экономической активности – доля экономически активного населения* x_n *и доля экономически неактивного населения* y_n *– описываются с помощью взаимосвязанной дискретной системы. В качестве основного объекта исследования выбрано одномерное квадратичное отображение, полученное из инвариантной прямой системы. В статье анализируются неподвижные точки данного отображения, их устойчивость, бифуркационная диаграмма и условия перехода к хаотическому поведению. В качестве основного результата доказана теорема, в которой показано, что при определённом значении параметра в системе возникает орбита периода 3, и на основе теоремы Ли-Йорка устанавливается возникновение хаоса. Полученные результаты имеют важное практическое значение для прогнозирования долгосрочного поведения экономических систем.*

Ключевые слова: *дискретная динамическая система, квадратичное отображение, устойчивость, бифуркация, хаос, экономическое моделирование, инвариантная прямая, теорема Ли-Йорка, постоянная Фейгенбаума, период-3.*