Для топологического пространства X исследуя топологические и геометрические свойства пространства $Set(X)$ попытаемся получить ответ на следующие задачи:

А. Из линейной связности пространства X следует ли линейная связность пространства $Set(X)$?

Б. Если X топологическое многообразие, то пространство $Set(X)$ будет ли топологическим многообразием?

В. Для каких топологических пространств X, топологическое подпространство $Set(X) \setminus X$ гомотопически плотно в $Set(X)$?

Список использованной дитературы:

(1). Федорчук В.В., Филиппов В.В. Общая топология. Основные конструкции. М. 1988, МГУ, 252 с.

(2). Щепин Е.В. Функторы и несчетные степени компактов. Усп. мат. наук, М., 1981, т.36, №3, с. 3–62.

(3). Федорчук В.В. Ковариантные функторы в категории компактов, абсолютные ретракты и $Q-$ многообразия. Усп. мат. наук. М., 1981, т. 36, № 3, с. 177–195.

(4). Федорчук В.В. Вероятностные меры в топологии. Усп. мат. наук. М., 1991, т. 46, № 1, с. 41–80.

(5). Жураев Т.Ф. О ковариантных функторах конечной степени сохраняющих $ANR(\mathfrak{M})$ пространства. Докл. ДАН. болг. 1990, т. 43, № 9, с. 5–8.

(6). Федорчук В.В., Чигогидзе А.Ч. Экстензоры и мягкие отображения. М., МГУ, 1987, 58 с.

(7). Богатый С.А., Федорчук В.В. Теория ретрактов и бесконечномерные многообразия Итоги науки и техники. Алгебра. Топология, Геометрия, М., 1986, ВИНИТИ, т. 24, с. 195–270.

(8). Ташметов У. О связности и локальной связности некоторых гиперпространств. Сиб.мат.журнал. 1974, т. 15, № 5, с. 1115–1130.

(9). Борсук К. Теория ретрактов М., "Мир", 1971, 291 с.

(10). Bessaga C. Pelczynski A. Selected topics in infinite-dimensional topology Warszawa, PWN, 58, 1975, 353 pp.

(11). Umarov D. On one open mopping of hyperspaces, Abst.inter.confer. "Problems of modern topologies and applications", 2013, Tashkent, 20–24 may, c. 94–95.

Отажонова Розика Махсудбек кызы (преподаватель, Ургенчский государственный университет имени Абу Райхана Беруни; e-mail: rozikaotajonova@gmail.com)

ПОЛУЧЕНИЕ ТВЕРДОГО РАСТВОРА $SI_{1-X}GE_X$ <SN> ИЗ ЖИДКОЙ ФАЗЫ

Аннотация. *Экспериментально исследованы и проанализированы особенности варизонных монокристаллических структур на основе твердого раствора $Si_{1-x}Ge_x$ ($0<x<1$), выращенных на подложках $Si(111)$ из оловянного раствора-расплава методом жидкофазной эпитаксии. Предложен механизм роста подобних структур, объяснена причина большей толщины выращенных пленок на верхних подложках в установке для жидкофазной эпитаксии на основе явления неустойчивости Рэлея-Тейлора.*

Ключевые слова*: эпитаксия, кристаллизация, раствор-расплав, твердый раствор, подложка, нанокластер, структура, неустойчивость Рэлея-Тейлора, броуновское движение, диффузия.*

Otajonova Ro'zika Maqsudbek qizi (Abu Rayhon Beruniy nomidagi Urganch davlat universiteti o'qituvchisi; e-mail: rozikaotajonova@gmail.com)

SUYUQ FAZADAN $SI_{1-x}GE_x$<SN> QATTIQ ERITMASINI OLISH

Annotatsiya. *Suyuq fazali epitaksiya usuli bilan Si(111) taganoklarida o'simtirilgan, qattiq eritma $Si_{1-x}Ge_x$ ($0 < x < 1$) asosidagi varizon monokristallik strukturalarning xususiyatlari eksperimental tarzda o'rganildi va tahlil qilindi. Bunday strukturalarning o'sish mexanizmi taklif qilindi hamda suyuq fazali epitaksiya qurilmasida yuqori taganoklarda o'stirilgan qoplamalarning kattaroq qalinlikka ega bo'lish sababi Reyli-Teylor beqarorligi hodisasi asosida tushuntirildi.*

Kalit so'zlar: *epitaksiya, kristallanish, eritma-qotishma, qattiq eritma, taganok, nanoklaster, struktura, Reyli-Teylor beqarorligi, Braun harakati, diffuziya.*

Otajonova Ruzika Maqsudbek qizi (Teacher Urgench State University named after Abu Raykhan Beruni; e-mail: rozikaotajonova@gmail.com)

OBTAINING THE SOLID SOLUTION $SI_{1-x}GE_x$<SN> FROM THE LIQUID PHASE

Annotation. *The features of varizon monocrystalline structures based on the solid solution $Si_{1-x}Ge_x$ ($0 < x < 1$), grown on Si(111) substrates from a tin solution-melt by the method of liquid-phase epitaxy, were experimentally investigated and analyzed. A growth mechanism for such structures is proposed, and the reason for the increased thickness of the films grown on the upper substrates in the liquid-phase epitaxy setup is explained based on the Rayleigh–Taylor instability phenomenon.*

Keywords: *epitaxy, crystallization, solution-melt, solid solution, substrate, nanocluster, structure, Rayleigh–Taylor instability, Brownian motion, diffusion.*

Введение. Получение высококачественных тонких пленок полупроводниковых материалов с заданными электрофизическими и фотоэлектрическими свойствами является весьма актуальной современной задачей [1;4 с.]. Одним из методов получения таких пленок является метод жидкофазной эпитаксии, особенности процессов осаждения пленок в котором изучены еще недостаточно.

В настоящее время для создания полупроводниковых приборов используются гетероструктуры на основе кремния, германия и твердых растворов соединений типа $A^{IV}B^{IV}$. Полученные гетероструктуры на их основе имеют существенный недостаток, заключающийся в рассогласовании величины параметра решетки a и коэффициентов термического расширения α (КТР) подложки и кристаллизуемого слоя (a_{Si} = 0,5431 нм, a_{Ge} = 0,5658 нм, $\alpha_{Si} = 5{,}1 \cdot 10^{-6}K^{-1}$, $\alpha_{Ge} = 6{,}1 \cdot 10^{-6}K^{-1}$), в результате чего в пленке может образовываться множество дефектов [5–8].

Плавно изменяя состав твердого раствора $Si_{1-x}Ge_x$, можно управлять его параметрами, такими как ширина запрещенной зоны и область спектральной фоточувствительности. Синтезирование твердого раствора кремний-германий объединяет в себе области спектральной фоточувствительности и кремния, и германия. Поэтому выращиваемый варизонный ($Si_{1-x}Ge_x$)-твердый раствор должен иметь более широкую область спектральной фоточувствительности, что является важным для изготовления фотоэлектрических приборов. Кроме того указанный твердый раствор может служить буферным слоем при получении пленок, выращенных в последовательности $Si \rightarrow Si_{1-x}Ge_x \rightarrow GaAs$, $Si \rightarrow Si_{1-x}Ge_x \rightarrow (Si_2)_{1-x-y}(Ge_2)_x(GaAs)_y$, $Si \rightarrow Si_{1-x}Ge_x \rightarrow (Ge_2)_{1-x}(InP)_x$ и имеющих более низкую плотность дефектов кристаллического строения, чем у пленок, выращенных различными методами без использования буферного слоя [9;10 с.].

Целью работы является анализ механизмов процессов осаждения и роста для объяснения структурных особенностей выращиваемых эпитаксиальных слоев.

Материалы и методы. Для выращивания варизонного твердого раствора $Si_{1-x}Ge_x$ ($0 < x < 1$) был использован кварцевый реактор вертикального типа с горизонтально расположенными подложками на установке типа ЭПОС по методике [11]. Исследование химического состава поперечного сечения выращенных эпитаксиальных слоев $Si_{1-x}Ge_x$ проводилось на рентгеновском микроанализаторе “Jeol” JSMLV-1059-Japan. XRD-исследования проводились на модернизированном дифрактометре D2 PHASER (фильтрованное Cu-K_α -излучение).

Обсуждение результатов. В работе были получены пленки варизонного твердого раствора $Si_{1-x}Ge_x$ при разной величине зазора между верхней и нижней подложками. Варизонность твердого раствора была подтверждена ранее с помощью SEM- и XRD-исследований [9,11]. Установлено, что по мере удаления от подложки количество кремния монотонно уменьшалось, количество же германия при этом монотонно возрастало. Параметр решетки твердого раствора также изменялся монотонно, возрастая от a_{Si} = 0,5431 нм до a_{Ge} = 0,5658 нм.

Характерной особенностью получения пленок при изменении зазора d, т.е. при изменении объема раствора-расплава между подложками, было то, что при одинаковых условиях роста (в частности при одной и той же температуре начала кристаллизации T_{sc}) толщины пленок на верхней и нижней кремниевых подложках изменялись довольно существенно (рис. 1). Однако при величине зазора, не превышающем 1,2…1,5 мм (d<1,5 mm), слои, выращенные на обеих подложках, практически не отличались как по толщине, так и по степени кристаллического совершенства. При увеличении зазора (d > 1,5 mm) на верхних подложках формировались более толстые и более низкокачественные слои, чем на нижних. По мнению авторов [12] это связано с диффузионными и конвекционными потоками компонентов в ограниченном объеме раствора при условии, что плотность растворяемых компонентов меньше плотности растворителя. Такая трактовка является не совсем понятной.

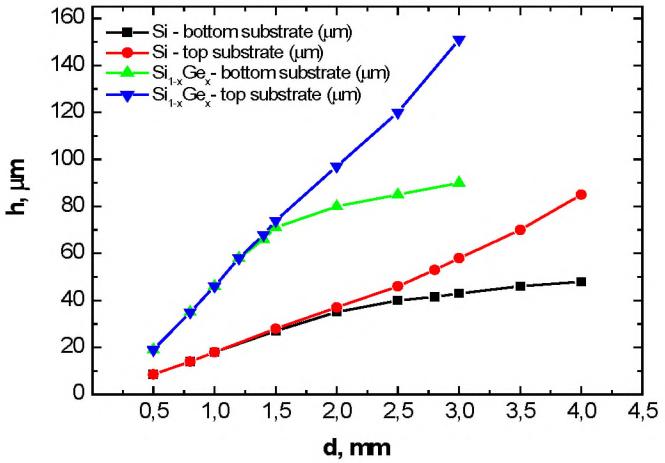

Рис.1. Зависимость толщины h эпитаксиальных слоев от величины d зазора между подложками, полученными из оловянного раствора-расплава (T_{sc} = 1323 К для обоих растворов расплавов, T_{fc} = 873 К и T_{fc} = 1053 К для кремниевого и кремний-германиевого растворов-расплавов, соответственно).

Подобные закономерности изменения толщины и качества пленок от ширины зазора наблюдались и при других значениях T_{sc} [13;14 с.].

Для объяснения наблюдаемой экспериментально разности толщин выращенных на верхней и нижней подложках слоев был проведен модельный эксперимент по выращиванию чистого кремния на кремниевых подложках (рис.1). Анализируя зависимость толщины выращенного слоя на верхней и нижней подложках от расстояния между подложками, легко видеть, что ход кривых на обоих графиках имеет аналогичный вид: в зависимости от химического состава расплава (а значит и от температуры начала кристаллизации) при некотором определенном (назовем его «критическим») расстоянии между подложками толщина осажденного слоя на обоих подложках будет примерно одинаковой.

Чисто диффузионные процессы не могут обеспечить формирование слоев разной толщины на верхней и нижней подложках. Поэтому попробуем объяснить наблюдаемый эффект с точки зрения кластерного строения раствора-расплава. Положим, что при малых скоростях охлаждения раствора-расплава, используемых в эксперименте (≈1 К/мин), достигается некоторое постоянное переохлаждение ΔT, являющееся термодинамическим стимулом для образования устойчивых Si-кластеров. Используя известные уравнения для диффузии броуновских частиц $\langle x^2 \rangle = 2D\tau$ и уравнение Стокса-Эйнштейна $D = \frac{kT}{6\pi\eta R_c}$, а так же положив $\langle x^2 \rangle = d^2$, можно получить выражение для оценки радиуса кластеров, способных выращиваемых на подложках за время охлаждения τ :

$$R_c = \frac{kT\tau}{3\pi\eta d^2},$$

где $\langle x^2 \rangle$ – средний квадрат смещения броуновской частицы; D – коэффициент диффузии броуновской частицы; η – динамическая вязкость расплава, значение которой было рассчитано для каждой температуры из [15]; R_c – радиус частицы.Оценочные расчеты показывают, что при расстоянии между пластинами, равном 1,5 мм, все кластеры с размерами ≤15 нм в результате беспорядочного теплового движения должны успевать равновероятно достигать верхней или нижней подложек.

В результате исследований получены структурные факторы, по анализу первого максимума которых можно определить размер кластеров в рамках микронеоднородного строения расплавов (рис .2). Асимметрия первого максимума структурных факторов свидетельствует о том, что в растворерасплаве существовало два типа ближнего порядка (два вида кластеров с разным типом атомного упорядочения). В нашем случае первый пик соответствует рассеянию рентгеновских лучей микрообластями на основе олова, а второй – на основе германия и кремния. Используя уравнение [16] можно определить радиус кластеров

$$R_c = \frac{2\pi^3 n^2}{2.5^2 \Delta s},$$

где n – номер максимума структурного фактора, Δs –ширина на половине высоты максимума.

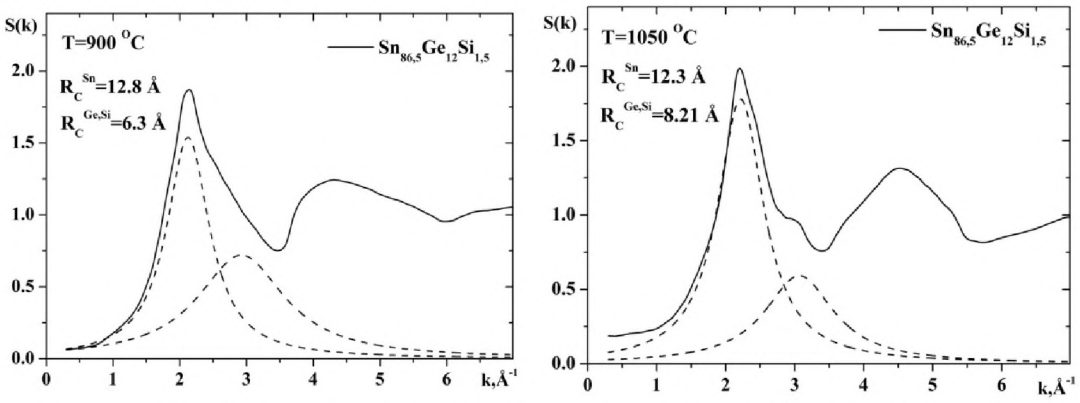

Рис. 2. Структурные факторы раствора-расплава $Sn_{86,5}Ge_{12}Si_{1,5}$

По результатам исследований установлено, что при температуре 900°С размер кластеров олова составляет около 1,28 нм, а размер кластеров германия или кремния – около 0,630 нм. При температуре 1050 °С эти параметры будут соответственно 1,23 нм и 0,821 нм.

Таким образом, определенный XRD-методом размер кластеров в растворе расплаве не превышает полученного выше значения 15 нм. Это может служить подтверждением того, что при данных условиях выращивания при расстоянии между пластинами ≤ 1,5 мм все кластеры в результате беспорядочного теплового движения должны успевать равновероятно достигать верхней или нижней подложек.

Выводы. Экспериментальная и теоретическая оценка размеров кластеров при разных температурах раствора-расплава систем Si–Sn и Si–Ge–Sn показала, что объяснить разность толщин выращенных слоев кремния и германия на подложках с точки зрения седиментационных процессов невозможно. Разность между толщинами выращенных слоев на верхней и нижней подложках в процессе выращивания покрытий из раствора-расплава при расстояниях между подложками, превышающими критическое, объясняется эффектом Рэлея-Тейлора. Для получения качественных выращенных слоев следует либо располагать пластины на расстояниях, не превышающих критические, либо уменьшать скорость охлаждения раствора-расплава.

Список использованной литературы:

(1). Fadaly E.M.T., Dijkstra A., Suckert J.R., Ziss D., Tilburg M.A.J.v., Mao C., Ren Y., Lange V.T.v., Kölling S., Verheijen M.A., Busse D., Rödl C., Furthmüller J., Bechstedt F., Stangl J., Finley J.J., Botti S., Haverkort J.E.M., Bakkers E.P.A.M. Direct-bandgap emission from hexagonal Ge and SiGe alloys. Nature. 580, (2020), p. 205–209.

(2). Nakahara, M., Matsubara, M., Suzuki, S. et al. Fabrication of $Si_{1-x}Ge_x$ layer on Si substrate by Screen-Printing. MRS Advances 4, 749–754 (2019). https://doi.org/10.1557/adv.2019.15.

(3). Md. Mahfuz Alam, Youya Wagatsuma, Kazuya Okada, Yusuke Hoshi, Michihiro Yamada, Kohei Hamaya, and Kentarou Sawano. Critical thickness of strained Si1-xGex on Ge (111) and Ge-on-Si(111) Applied Physics Express 12, 081005 (2019). doi.org/10.7567/1882-0786/ab2db8.

(4). Kwang-Won Jo, Wu-Kang Kim, Mitsuru Takenaka, and Shinichi Takagi. Impact of SiGe layer thickness in starting substrates on strained Ge-on-insulator pMOSFETs fabricated by Ge condensation methodю Appl. Phys. Lett. 114, 062101 (2019).

(5). Usmonov Sh.N. Influence of GaAs Molecules on the Photosensitivity of p-Si–n-$(GaSb)_{1-x}(Si2)_x$ and n-GaAs–p-$(InSb)_{1-x}(Sn2)_x$ Heterostructures. Applied Solar Energy. New York, 2016. Vol. 52, No.3. pp. 211–214.

(6). Ю.Б.Болховитянов, А.К.Гутаковский, А.С.Дерябин, Л.В.Соколов. Роль краевых дислокаций в пластической релаксации гетероструктур GeSi/Si(001): зависимость механизмов введения от толщины пленки. Физика и техника полупроводников. 2017, т. 51, вып.10, с. 1426–1433.

(7). P.I.Gaiduk, A.Nylandsted Larsen and J.Lundsgaard Hansen. Strain-relaxed SiGe/Si heteroepitaxial structures of low threading-dislocation density. Thin Solid Films 367 (2000) 120–125.

(8). Алфимова Д.Л., Лунин Л.С., Лунина М.Л., Арустамян Д.А., Казакова А.Е., Чеботарев С.Н. Выращивание и свойства изопараметрических гетероструктур $InAlGaPAs/GaAs$. Физика и техника полупроводников, 2017, том 51, вып. 10, с. 1426–1433.

(9). Б.Сапаев, А.С.Саидов. Исследование некоторых свойств структур $Si-Si_{1-x}Ge_x$ (0≤x≤1) выращенных из ограниченного оловянного раствора расплава методом жидкофазной эпитаксии. Физика и техника полупроводников. 2005, т. 39, вып. 10, с. 1183–1188.

(10). A.S.Saidov, Sh.N.Usmonov, K.A. Amonov, Sh.Niyazov, A.I.Khudayberdiyeva. Photothermovoltaic effect in p-Si–n-$(Si_2)_{1-x-y}(Ge_2)_x(ZnSe)_y$ structure. Applied Solar Energy, 2019, Vol. 55, № 5, pp. 265–268. doi:10.3103/S0003701X19050116.

(11). A. S. Saidov, A. Sh. Razzokov. Growth and Morphological Study of Graded-Gap Si–$Si_{1-x}Ge_x$–GaAs Structures. Crystallography Reports, 2022, Vol. 67, No. 2, pp. 301–305. DOI: 10.1134/S1063774522020146.

(12). Боцелев С.П., Марончук И.Е., Марончук Ю.Е. и др. Кристаллизация эпитаксиальных слоев AlGa As из ограниченного объема раствора-расплава. Неор. материалы., 1977, 13, Teacher 5. с.769–772.

(13). Olesinski, R.W., Abbaschian, G.J. The Si–Sn (Silicon–Tin) system. Bulletin of Alloy Phase Diagrams 5, 273–276 (1984). https://doi.org/10.1007/BF02868552 .

(14). Olesinski, R.W., Abbaschian, G.J. The Ge–Sn (Germanium–Tin) system. Bulletin of Alloy Phase Diagrams 5, 265–271 (1984). https://doi.org/10.1007/BF02868550 .

(15). Шпильрайн Э.Э., Фомин В.А., Сковородько С.Н., Сокол Г.Ф. Исследование вязкости жидких металлов. М., "Наука", 1983, 243 с.

(16). Э.А.Пастухов, Н.А.Ватолин, В.Л.Лисин, В.М.Денисов, С.В.Качин Дифракционные исследования высокотемпературных расплавов. Екатеринбург, 2003, 99 с.

Abdikarimov Fakhriddin (Lecturer, Department of Applied Mathematics and Mathematical Physics, Urgench State University, Urgench, Uzbekistan)

TWO-SOLITON SOLUTION OF THE FRACTIONAL MODIFIED KORTEWEG DE VRIES-SINE-GORDON EQUATION WITH A VARIABLE TIME-DEPENDENT COEFFICIENTS

Annotation. *In this paper, we investigate the fractional modified Korteweg de Vries-sine-Gordon (fmKdV-SG) equation with a variable time-dependent coefficients and show the inverse scattering transform method can also be used to obtain soliton solutions of this equation with a variable time-dependent coefficients. We have determined the time evolution of the scattering data for the Ablowitz-Kaup-Newell-Segur system associated with the solution of the fmKdV-SG equation with a variable time-dependent coefficients. Then, using the solution of the inverse scattering problem with respect to the time-dependent scattering data, we recover the desired solution of the fmKdV-SG equation with a variable time-dependent coefficients. For the one and two soliton case, explicit formulas for the solution of the problem under consideration are obtained. The solutions of the fmKdV-SG equation significance as a completely integrable system, paving the way for further exploration of its applications in mathematical physics and nonlinear wave phenomena. This research contributes valuable insights into nonlinear dynamics and soliton behavior, enhancing the understanding of multifaceted wave interactions in fractional equations.*

Keywords*: fractional modified Korteweg de Vries-sine-Gordon equation, variable time-dependent coefficients, dispersion relation, eigenvalue problem, inverse scattering transform method, soliton solutions, boundary conditions, integrable nonlinear evolution equations, Riesz fractional derivative.*

O'ZGARUVCHAN KOEFFITSIENTLI KASR TARTIBLI MODIFITSIRLANGAN KORTEVEG-DE FRIZ-SINUS-GORDON TENGLAMASINING IKKI SOLITONLI YECHIMI

Annotatsiya. *Ushbu maqolada o'zgaruvchan vaqtga bog'liq koeffitsiyentlarga ega bo'lgan kasr tartibli modifikatsiyalangan Korteveg-de Friz-sin-Gordon (fmKdV-SG) tenglamasi tadqiq qilinadi va ushbu tenglama uchun soliton yechimlarini olishda teskari masalalar usuli qo'llanilishi mumkinligi ko'rsatiladi. fmKdV-SG tenglamasining yechimi bilan bog'liq bo'lgan Ablovits-Kaup-Nyuell-Segur tizimi uchun tarqalish ma'lumotlarining vaqt bo'yicha evolutsiyasi aniqlanadi va vaqtga bog'liq tarqalish ma'lumotlariga asoslangan teskari masalalar usulidan foydalanib, fmKdV-SG tenglamasining istalgan yechimi qayta tiklanadi. Bir va ikki solitonli holatlar uchun muammoning aniq formulalari keltirilgan. fmKdV-SG tenglamasi to'liq integrallanuvchi tizim sifatida katta ahamiyatga ega bo'lib, matematik fizika va nochiziqli to'lqin hodisalaridagi qo'llanmalarning yanada chuqurroq o'rganilishi uchun yo'l ochadi. Ushbu tadqiqot kasr tartibli tenglamalardagi nochiziqli dinamika va soliton xatti-harakatlarini chuqurroq tushunishga hissa qo'shadi.*

Kalit so'zlar: *kasr tartibli modifikatsiyalangan Korteveg-de Friz-sin-Gordon tenglamasi, vaqtga bog'liq o'zgaruvchan koeffitsiyentlar, dispersiya munosabati, xos qiymat masalasi, teskari masalalar usuli, soliton yechimlari, chegaraviy shartlar, integrallanuvchi nochiziqli evolyutsion tenglamalar, Riesz kasr hosilasi.*