Endi A_1, B_1, C_1, D_1 lar uchun (3) shartning bajarilishini ko‘rsatamiz:

$$D_1^* B_1 = -\left(D^{-1}\right)^* \left(\left(D^{-1}C - B^{-1}A\right)^{-1}\right)^* A^* \left(B^{-1}\right)^* \left(D^{-1}C - B^{-1}A\right)^{-1} D^{-1}$$

$$B_1^* D_1 = -\left(D^{-1}\right)^* \left(\left(D^{-1}C - B^{-1}A\right)^{-1}\right)^* B^{-1}A\left(D^{-1}C - B^{-1}A\right)^{-1} D^{-1}$$

$B^{-1}A$ ning Ermit ekanligidan, $A^*\left(B^{-1}\right)^* = \left(B^{-1}A\right)^* = B^{-1}A$ bo‘lishi kelib chiqadi. Bundan esa $D_1^* B_1 = B_1^* D_1$ ekanligi kelib chiqadi, ya’ni A_1, B_1, C_1, D_1 lar uchun (3) ham bajarilar ekan. Bundan xulosa qila olamizki, $W^{-1} \in \Gamma$ ekan. Teorema isbotlandi.

Xulosa. Agar $m = 1$ bo‘lsa, $Z = z,\ A = a,\ B = b,\ C = c,\ D = d$ bo‘lib, (1) akslantirish

$$w = \frac{az + b}{cz + d}$$

ko‘rinishga (2), (3), (4) shartlar esa

$$\overline{c}a = \overline{a}c$$
$$\overline{d}b = \overline{b}d$$
$$\overline{d}a - \overline{b}c = 1$$

ko‘rinishga keladi. Bu esa uning xususiy holda, $\mathbb{C}$ dagi yuqori yarim tekislikning avtomorfizmi bilan ustma-ust tushadi. Demak, biz topgan (1) akslantirish umumiy holda, matritsaviy yuqori yarim tekislikning avtomorfizmi bo‘lar ekan.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:

(1). Г.Худайберганов, А.М. Кытманов, Б.А.Шаимкулов, Анализматричных облястях, Красноярск: Сибирский федеральный ун-т, 296 с. (2017).

(2). В.С.Владимиров, А.Г.Сергеев, Комплексный анализ в трубебудущего, Итоги науки и техн. Сер. Соврем. пробл. мат. Фундам. направления, 8, ВИНИТИ, М., 1985, 191--266.

(3). Khudayberganov G., Abdullayev J.Sh. Relationship between the Kernels Bergman and Cauchy-Szego in the domains $\tau^+\left(n-1\right)$ and $\Re_{IV}^n$. J. Sib. Fed. Univ. Math. Phys., 13:5, 559--567(2020).

(4). Khudayberganov G., Abdullayev J. Sh. The boundary Morera theorem for domain $\tau^+\left(n-1\right)$, Ufimsk. Mat. Zh., 13:3 (2021), pp. 196--210.

(5). Г.Х.Худайберганова, Б.Т.Курбанов. Некоторые задачи комплексного анализа в матричных областях Зигеля. СМФН, 2022, том 68, выпуск 1, страницы 144–156 (Mi cmfd458).

Axmedov Munisbek Muhammad o‘g‘li (UrDU tayanch doktoranti),
Sadullayev Jo‘rabek Oybekovich (UrDU o‘qituvchisi),
Vapayev Murodbek Ergashovich (UrDU dotsenti, PhD),
Davletov Ikram Yusubovich (UrDU professori, f.-m.f.d.)

PIKOSEKUND IMPULSLI Nd:YAG LAZER YORDAMIDA ALUMINIY YUZASIDA KRATER HOSIL BO‘LISHI VA PLAZMANING SPEKTRAL XUSUSIYATLARI

Annotatsiya. *Ushbu ilmiy ishda pikosekund impulsli Nd:YAG lazer (to‘lqin uzunligi 1064 nm, impuls davomiyligi 28 ps) yordamida yuqori intensivlikdagi lazer nurlanishining aluminiy (Al) folga yuzasiga ta’siri o‘rganildi. Tadqiqotda lazer intensivligi 5.86× 10^{11} W/cm^2 diapazonida bo‘lib, lazer ablatsiyasi jarayoni va hosil bo‘lgan plazmaning fizik xususiyatlari mikroskopik krater tasvirlari hamda optik emissiya spektroskopiyasi asosida tahlil qilindi.*

Kalit so‘zlar: *pikosekundli lazer, lazer induksiyalangan plazma, aluminiy folga, krater, elektron zichligi.*

ФОРМИРОВАНИЕ КРАТЕРОВ И СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛАЗМЫ НА ПОВЕРХНОСТИ АЛЮМИНИЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПИКОСЕКУНДНЫХ ИМПУЛЬСОВ Nd: YAG ЛАЗЕРА

Аннотация. *В данной научной работе исследовано воздействие высокоинтенсивного лазерного излучения пикосекундного Nd:YAG лазера (длина волны 1064 нм, длительность импульса 28 пс)*

на поверхность алюминиевой (Al) фольги. Лазерная интенсивность находилась в диапазоне 5.86× 10^{11} Вт/см². Процессы лазерной абляции и физические свойства образовавшейся плазмы были проанализированы на основе микроскопических изображений кратеров и оптической эмиссионной спектроскопии.

Ключевые слова: *пикосекундный лазер, лазерно-индуцированная плазма, алюминиевая фольга, кратер, электронная плотность.*

CRATER FORMATION AND SPECTRAL CHARACTERISTICS OF PLASMA ON ALUMINUM SURFACE INDUCED BY PICOSECOND Nd:YAG LASER PULSES

Annotation. *This study investigates the effect of high-intensity laser radiation from a picosecond Nd:YAG laser (wavelength 1064 nm, pulse duration 28 ps) on the surface of aluminum (Al) foil. The laser intensity was in the range of 5.86×10^{11} W/cm². The laser ablation process and the physical characteristics of the resulting plasma were analyzed based on microscopic crater images and optical emission spectroscopy.*

Keywords: *picosecond laser, laser-induced plasma, aluminum foil, crater, electron density.*

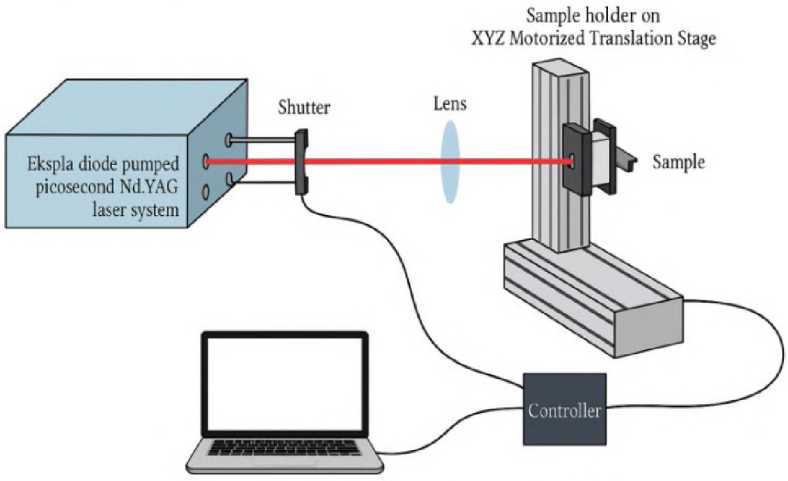
Kirish. Impulsli lazer ablatsiyasi bu nishon materialining sirtiga qisqa muddatli yuqori intensivlikdagi lazer impulslari yuborilishi natijasida materialning bug‘lanishi yoki sublimatsiya orqali chiqarilish jarayonidir. Ushbu jarayon davomida lazer nurlanishi material sirtida yutilib, juda qisqa vaqt ichida yuqori haroratli muhit hosil qiladi. Natijada plazma holati, ya’ni, yuqori ionlashgan gaz holati shakllanadi va material tarkibidagi atomlar, ionlar va zarrachalar bug‘ holatda atrof-muhitga sochiladi.

Ushbu tadqiqotda Al folga (qalinligi o‘rtacha 25 μm) yuzasida 28 ps davom etuvchi lazer impulsi orqali ablatsiya jarayoni olib borilib, 5.86×10^{11} W/cm² intensivlik oraliklarida plazma zichligi va krater diametri o‘rtasidagi o‘zaro parametrik bog‘lanish chuqur tahlil qilindi. Lazer fluensi 16.37 J/cm² bo‘lib, bu diapazon yuqori energiyali impulslarda ablatsiya mexanizmlarini tushunishda muhim ahamiyatga ega.

Mavzuga oid adabiyotlarning tahlili. Harilal S.S., Phillips M.C., Froula D.H., Anoop K.K., Issac R.C.,&Beg F.N.larning Optical diagnostics of laser-produced plasmas [1] maqolasida lazer-induktsiyalangan plazma haroratining Boltzmann grafigi orqali aniqlanishi va energiya oqimi oshgan sari haroratning oshishini ko‘rsatgan.

Lazer-induksiyalangan spektral tahlil (LIBS) usuli tuproqdagi uglerod miqdorini aniqlashda samarali bo‘lishiga qaramay, muhit (matritsa) omillari tahlil natijalariga sezilarli ta’sir ko‘rsatadi. Segnini va hammualliflarining tadqiqotida [2] aynan shu muammo atroflicha o‘rganilgan bo‘lib, fizik va kimyoviy matritsa effektlari LIBS signallarining kuchi va aniqligiga qanday ta’sir qilishini ko‘rsatadi.

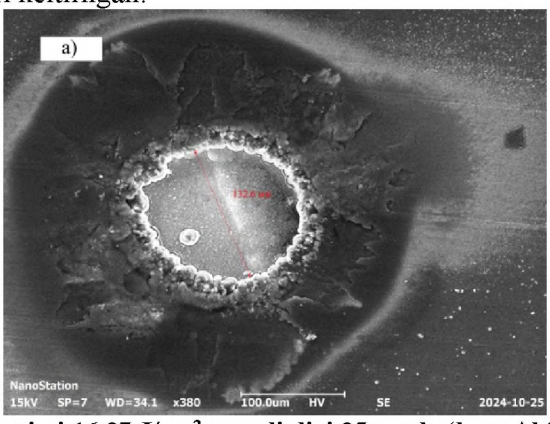
Tadqiqot metodologiyasi. Tajribalar odatiy atmosfera sharoitida, to‘lqin uzunligi 1064 nm va takrorlash chastotasi 50 Hz bo‘lgan pikosekund impulsli Nd:YAG lazer qurilmasi asosida amalga oshirildi. Lazer nurlari 25 sm fokus masofasiga ega linza orqali jamlab, taxminan, 56.4 μm diametrli fokuslangan nuqtani hosil qildi, bu esa difraksion chegaralangan holatga yaqinlashgan. Har bir impulsning davomiyligi 28 pikosekundni tashkil etdi. Ablatsiya jarayonini chuqur o‘rganish uchun lazer impulsining sirtga yo‘naltirilgan energiya zichligi 16.37 J/cm² etib tanlandi. Bu parametr natijasida material sirtida 5.86×10^{11} W/cm²ga teng intensivlikka erishildi. Tajribada asosiy modda sifatida o‘rtacha 25 μm qalinlikka ega bo‘lgan yuqori tozalikdagi aluminiy (Al) folgasi tanlab olindi.



1-rasm. Tajribaning sxematik ko‘rinishi.

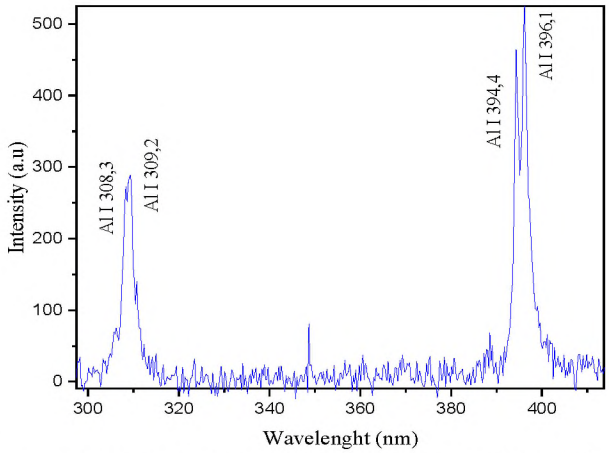
Aluminiy (Al) folga sirtida lazer impulsi ta'sirida hosil bo'lgan mikrokrater shakllanishi jarayonida yuzaga kelgan plazmaning optik nurlanish xususiyatlari yuqori aniqlikdagi spektroskopik usul orqali o'rganildi. Plazma emissiyasini fazoviy aniqlikda qayd etish uchun Ocean Optics kompaniyasining HR-4000 modelidagi tolali optik spektrofotometri qo'llanildi.

Tahlil va natijalar. Ushbu ilmiy ishda pikosekund davomiylikka ega lazer impulslarining aluminiy folga yuzasida kraterlar hosil bo'lishiga olib keluvchi jarayonlari chuqur o'rganildi. Aluminiy (Al) folgaga turli lazer intensivliklarida ta'sir ettirilganda hosil bo'lgan ablatsiya kraterlari SEM mikroskop yordamida aniqlik bilan tasvirga olindi. 2-rasmda har bir lazer energiyasi darajasiga mos ravishda kuzatilgan kraterlarning mikroskopik ko'rinishlari keltirilgan.



2-rasm. Lazer energiya oqimi 16.37 J/cm^2 va qalinligi 25 μm bo'lgan Al folga ustidagi ablatsion kraterlarining SEM mikroskop yordamida olingan tasviri.

Pikosekund impulsli lazer nurlanishi ta'sirida aluminiy folga yuzasida hosil bo'lgan plazmaning emissiya spektri tahlili natijasida, asosan, neytral alyuminiy atomlariga (Al I) tegishli spektral chiziqlar aniqlangan bo'lib, bir marta ionlangan (Al II) ionlarga oid chiziqlar kuzatilmadi (3-rasm). Bu kuzatuv lazer ablatsiyasi boshlang'ich bosqichida plazmaning nisbatan past ionlanish darajasiga ega ekanligini ko'rsatadi.

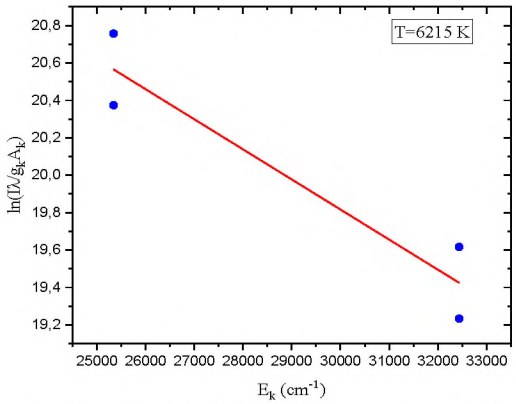


3-rasm. Lazer nurlanish energiya oqimlari 16.37 J/cm^2 bo'lganda Al folganing plazma emissiya spektrlari.

Lokal termodinamik muvozanat sharoitida zarrachalarning uyg'ongan holatlardagi populatsiyasi Bolsman taqsimot qonuni orqali ifodalanadi. Bu qonunga ko'ra, har qanday energetik darajadagi zarracha soni ushbu darajadagi energiyaning qiymati va temperaturaga bog'liq holda eksponentsial kamayib boradi [3;6-b.]:

$$\frac{n_i}{n_0} = \frac{g_i}{g_0} exp\left(-\frac{E_i - E_0}{kT}\right) \quad (1)$$

Bu yerda: n_i- i darajadagi zarralar soni, n_0- asosiy holatdagi zarrachalar soni, g_i, g_0- darajalarning degeneratsiya sonlari (statistik og'irliklari), E_i, E_0- mos ravishda energetik sathlarning energiyalari, k-Bolsman doimiysi, T-harorat. Bu 1-formula plazmadagi zarracha holatlari bo'yicha populatsiya taqsimotini hisoblashda asosiy vosita bo'lib xizmat qiladi, ayniqsa, spektroskopik o'lchovlarda haroratni aniqlashda keng qo'llaniladi [6;9-b.].



4-rasm. Al I neytral atom o‘tish emissiya linyalarini 16.37 J/cm^2 energiya oqimi qiymatidagi Bolsman taqsimot grafigi.

4-rasmda energiya oqimi (fluence) uchun Bolzmann grafigi chizildi. Bu grafikda energiya oqimi oshgani sari plazmaning harorati ham oshmoqda. Bu lazer modda o‘zaro ta’sirida energiyaning materialga o‘tishi va uning issiqlik holatiga aylanishini ko‘rsatuvchi tipik holat hisoblanadi.

Xulosa va takliflar. Ushbu tadqiqotda pikosekund davomiylikka ega yuqori intensivlikdagi Nd: YAG lazer impulslari yordamida aluminiy folga sirtida yuzaga keluvchi ablatsiya jarayoni chuqur tahlil qilindi. Lazer nurlanishining ta’siri natijasida hosil bo‘lgan kraterlar SEM mikroskop orqali tasvirlanib, plazma spektrlari esa yuqori aniqlikda o‘rganildi. Tahlil natijalariga ko‘ra, plazmadagi elektron zichligi bilan krater hajmi o‘rtasida chiziqli bog‘liqlik aniqlangan bo‘lib, bu lazer-moddaviy o‘zaro ta’sir mexanizmlarini yanada chuqurroq tushunish imkonini berdi. Shuningdek, Boltzmann grafigi asosida plazma harorati baholandi va bu natijalar energiya oqimi ortgan sari haroratning oshishini tasdiqladi. Mazkur ish lazerli material ishlov berishda ham nazariy, ham amaliy jihatdan muhim qadam bo‘lib xizmat qiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:

(1). S.S.,Phillips and etc. (2022). Optical diagnostics of laser-produced plasmas. Reviews of modern Physics, 94 (3), 035002.

(2). A.Segnini, and etc. “Physical and chemical matrix effects in soil carbon quantification using laser-induced breakdown spectroscopy”. 722–729 (2014).

(3). H.R.Griem, Principles of Plasma Spectroscopy. Cambridge University Press, 1997. doi: 10.1017/CB O9780511524578.

(4). A.Gragossian, S.H.Tavassoli, and B.Shokri. Laser ablation of aluminum from normal evaporation to phase explosion. J.Appl. Phys. 105, 103304 (2009).

(5). W.T.Chan and R.E.Russo. Study of laser-material interactions using inductively coupled plasma-atomic emission spectrometry. Spectrochim. Acta B 46, 1471–1486 (1991).

(6). M.Stafe, I.Vladoiu, and I.Popescu, Impact of the laser wavelength and fluence on the ablation rate of aluminium. Cent. Eur. J. Phys. 6, 327–331 (2008).

(7). K.Garasz and M.Kocik. Experimental investigations on laser ablation of aluminum in sub-picosecond regimes. Appl. Sci. 10, 8883 (2020).

(8). S.Mittelmann, J.Oelmann, S.Brezinsek, D.Wu, H.Ding, and G.Pretzler. Laser-induced ablation of tantalum in a wide range of pulse durations. Appl. Phys. A 126, 672 (2020).

(9). Y.Wang, N.Shen, G.K.Befekadu, and C.L.Pasiliao. Modeling pulsed laser ablation of aluminum with finite element analysis considering material moving front. Int. J. Heat Mass Transfer 113, 1246–1253 (2017).

Sobirov Sobir Jo‘raqulovich (Buxoro davlat texnika universiteti “Aniq fanlar” kafedrasi tayanch doktoranti)

KO‘P QATLAMLI QOVUSHQOQ-ELASTIK SFERIK JISMNING ERKIN TEBRANISHLARI

Annotatsiya. *Maqolada ko‘p qatlamli qovushqoq elastik sferik qobiqning erkin chiziqli tebranishlari ko‘rib chiqiladi. Har bir qatlamning harakat tenglamasi kompleks koeffitsiyentli Lame tenglamalari bilan ifodalanadi. Qatlamlarning kontaktida qattiq mahkamlanganlik shartlari, ya’ni ko‘chish va kontakt kuchlanishlarining tengligi o‘rnatiladi. Tebranish tenglamalari Grin-Lemb almashtirilishi yordamida yechiladi. Natijada sferik koordinatalarda to‘lqin tenglamasi hosil bo‘lib, uning yechimi maxsus Bessel va Neyman funksiyalari orqali ifodalanadi. Chastota tenglamasi analitik shaklda olinadi, keyinchalik Myuller usuli yordamida sonli yechiladi. Materiallarning reologik xususiyatini tavsiflash uchun uch parametrli kuchsiz Rjanitsin-Koltunov yadrosi ishlatiladi. Olingan sonli natijalarga ko‘ra, qovushqoq elastik materiallarning*