(8). Safarov I.I., Teshayev M.Kh., Boltayev Z.I., Akhmedov M.Sh. Own Vibrations of Bodiyes Interacting with Unlimited Deformable Environment Open Access Library Journal, 2018, Vol. 5, № 2, p. 233–255.

(9). Andersen C.M., Geyer J.F. Power seriyes expansion for the frequency and period os the limit cycle os the Van der Pol equation. SIAM J.Appl. Math. 1982, Vol. 42, № 3, p. 678 – 693.

(10). Gristchak V.Z., Ivankov A.O. New asymptotic method for the natural, freye and forced oscillations of rectangular plates with mixed boundary conditions. Technische Mechanik. 1994, Vol.14, № ¾, p. 185 – 193.

Sobirov Usmon Matyaqubovich (Urganch davlat universiteti "Matematik tahlil" kafedrasi katta o'qituvchisi; E-mail: s_usmon2014@.mail.ru),
Baltabayeva Mahliyo Oybek qizi (Urganch davlat universiteti magistratanti: E-mail: makhliyo.6642@gmail.com)

MATRITSAVIY YUQORI YARIM TEKISLIKDA INTERPOLATSION KETMA-KETLIKLAR

Annotatsiya. *Ushbu maqolada* $\mathbb{C}^n\left[m\times m\right]$ *fazodagi matritsaviy yuqori yarim tekislikda interpolatsion ketma-ketliklar va ularning xossalari keltirilgan. Matritsaviy yuqori yarim tekislikda interpolatsion ketma-ketliklar uchun yetarlilik sharti funksional analiz va ko'p kompleks o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasi bilan bog'liq holda isbot qilingan.*

Kalit so'zlar: *maritsaviy yuqori yarim tekislik, interpolatsiya, Hardi fazosi, Blyashka ko'paytmasi.*

Собиров Усмон Матякубович (старший преподаватель кафедры математического анализа Ургенчского государственного университета),
Балтабаева Махлиё Ойбек кизи (магистрант Ургенчского государственного университета)

ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ В МАТРИЧНОЙ ВЕРХНЕЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ

Аннотация. *В данной статье рассмотрены интерполяционные последовательности и их свойства в матричной верхней полуплоскости пространства* $\mathbb{C}^n\left[m\times m\right]$. *В настоящей статье достаточное условие для интерполяционных последовательностей в матричной верхней полуплоскости доказано с использованием методов функционального анализа и теории функций нескольких комплексных переменных.*

Ключевые слова: *матричная верхняя полуплоскость, интерполяция, пространство Харди, произведение Бляшке.*

Sobirov Usmon Matyakubovich (Senior lecturer of the department of Mathematical Analysis at Urgench State University),
Baltabayeva Makhliyo Oybek qizi (Master's Student, Urgench State University)

INTERPOLATION SEQUENCES IN THE MATRIX UPPER HALF-PLANE

Annotation. *This article presents interpolation sequences and their properties in the matrix upper half-plane of the space* $\mathbb{C}^n\left[m\times m\right]$. *In this paper, a sufficient condition for interpolation sequences in the matrix upper half-plane is proved using methods of functional analysis and the theory of several complex variables.*

Key words: *matrix upper half-plane, interpolation, Hardy space, Blaschke product.*

Kirish. Kompleks analiz nazariyasining muhim bo'limlaridan biri bu analitik funksiyalar sinfida interpolyatsiya masalalarini o'rganishdir. Ushbu masalalar ko'plab amaliy va nazariy yo'nalishlarda – signalni qayta tiklash, raqamli analiz, matematik fizika tenglamalarini yechishda katta ahamiyatga ega. Ayniqsa, analitik funksiyalar fazolarida (masalan, Hardi, Bergman, Dirixle fazolari) interpolatsion ketma-ketliklarning mavjudlik shartlarini aniqlash, ularning xossalarini o'rganish va konstrutsiya usullarini ishlab chiqish ilmiy tadqiqotlar uchun dolzarb hisoblanadi.

Adabiyotlar tahlili. Yagona bog'langan sohalarda interpolatsion ketma-ketliklar analitik funksiyalarning xossalarini o'rganishda muhim rol o'ynaydi. Karleson teoremasi [1] kompleks tekislikdagi birlik doirada interpolatsion ketma-ketlikni tavsiflaydi. Berndtson esa [2] $\mathbb{C}^n$ fazodagi birlik shar ichidagi interpolatsion ketma-ketlik uchun yetarlilik shartini keltiradi. [*3*] va [4;5-bob] ishlarda $\mathbb{C}\left[m\times m\right]$ fazosidagi umumlashgan birlik doira ichidagi interpolatsion ketma-ketliklarning xossalari ko'rsatilgan. Ushbu maqolada matritsaviy yuqori yarim tekislikda interpolatsion ketma-ketliklar uchun yetarlilik sharti keltirilgan.

Matritsaviy yuqori yarim tekislik. 1-ta'rif. *Ushbu* $\Im = \{Z \in \mathbb{C}[m \times m] : \operatorname{Im} Z > 0\}$ *ko'rinishdagi sohaga umumlashgan matritsaviy yuqori yarim tekislik deyiladi.*

Bu yerda $\operatorname{Im} Z = \frac{1}{2i}(Z - Z^*)$ ifodaga teng. Agar $m = 1$ bo'lsa, $Z = z_{11}$ bo'lib,

$\operatorname{Im} Z = \frac{1}{2i}(z_{11} - z_{11}^*) = \frac{1}{2i} \cdot 2iy = y > 0$ bo'ladi. Bu esa uning $\mathbb{C}$ dagi yuqori yarim tekislik ekanligini ifodalaydi.

Ushbu

$$S(\Im) = \{Z \in \mathbb{C}[m \times m] : \operatorname{Im} Z = 0\}$$

to'plamga umumlashgan matritsaviy yuqori yarim tekislikning *ostovi* deyiladi. Demak, $S(\Im)$ barcha Ermit matritsalardan iborat ekan.

$\Im$ - matritsaviy yuqori yarim tekislikda chegaralangan golomorf funksiyalar fazosini $H^\infty(\Im)$ bilan belgilaymiz. $H^p(\Im)$ - matritsaviy yuqori yarim tekislik uchun Hardi fazosi. Aytaylik, $f(z)$ funksiya $\Im = \{Z \in \mathbb{C}[m \times m] : \operatorname{Im} Z > 0\}$ yuqori yarim tekislikda analitik funksiya bo'lsin. $0 < p < +\infty$ bo'lganda, $f(z)$ funksiya uchun ushbu

$$\sup_y \int |f(x+iy)|^p \, dx = \|f\|_{H^p}^p < +\infty$$

tengsizlik o'rinli bo'lsa, u holda $f(z) \in H^p = H^p(dt)$ deyiladi. $p = \infty$ bo'lganda, matritsaviy yuqori yarim tekislikda chegaralangan analitik funksiyalar fazosini H^∞ Hardi fazosi deb belgilaymiz va ularni normasi

$$\|f\|_\infty = \sup_{\Im} |f(z)|$$

kabi belgilanadi.

Matritsaviy yuqori yarim tekislikda interpolatsion ketma-ketlik. 2-ta'rif. *Agar ixtiyoriy chegaralangan* $\{b_k\}$ *kompleks ketma-ketlik uchun shunday* $F \in H^\infty(\Im)$ *funksiya topilib, uning uchun*

$$F(P_k) = b_k, \; k = 1,2,...$$

Bo'lsa, $\{P_k\}$ *ketma-ketlik* $\Im$ *sohada interpolatsion ketma-ketlik deyiladi.*

$P, Z \in \Im$ uchun

$$\Phi_P(Z) = \frac{\det Z - \det P}{\det Z - \det P^*}$$

bo'ladi.

Ravshanki, $m = 1$ da $\Phi_P(Z)$ konform akslantirish yuqori yarim tekislikni birlik doiraga, P nuqtani nolga akslantiruvchi akslantirish bo'ladi.

1-teorema. Aytaylik, biror δ musbat son uchun va ixtiyoriy k natural son uchun ushbu tengsizlik bajarilsin:

$$\prod_{j \neq k} |\Phi_{P_j}(P_k)| \geq \delta.$$

u holda $\{P_k\} \subset \Im$ ketma-ketlik $\Im$ sohada $H^\infty(\Im)$ sinfi uchun interpolatsion ketma-ketlik bo'ladi.

1-teorema isboti. Buning uchun, dastlab, $\Phi_P(Z)$ funksiyani bir nechta xossalarini keltiramiz. Ravshanki, bu funksiya P nuqtada nolga aylanadi

$$\Phi_P(P) = 0.$$

Ixtiyoriy $Z \in \Im = \{\operatorname{Im} Z > 0\}$ sohada uning moduli birdan kichik:

$$|\Phi_P(Z)| < 1$$

Yuqorida ta'kidlaganimizdek, $n = 1$ bo'lganda, u yuqori yarim tekislikni birlik doiraga o'tkazadi. Endi teorema shartini qanoatlantiruvchi interpolatsiya funksiya qurib olamiz, buning uchun berilgan $\{P_k\}$ ketma-ketlik uchun $F(Z)$ funksiyani quyidagicha aniqlaymiz. Har bir k uchun $B_k(Z)$ funksiya (Blyashka ko'paytmasi) quyidagicha bo'lsin:

$$B_k(Z) = \prod_{k \neq k} \Phi_{P_j}(Z)$$

Teorema shartiga ko'ra, $|B_{P_j}(P_k)| \geq \delta$ shart o'rinli.

Endi $F(z)$ funksiyani quyidagicha aniqlaymiz:

$$F(Z) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \frac{B_k(Z)}{B_k(P_k)} \cdot \left(\frac{1 - |\Phi_{P_k}(P_k)|^2}{1 - \overline{\Phi_{P_k}(P_k)} \Phi_{P_k}(Z)} \right)^N$$

Bu yerda N ning yetralicha katta qiymatlarida $F(Z)$ funksiya chegaralangan bo'ladi.

Endi $Z = P_k$ bo'lganda, $B_j(P_k) = 0$ bo'ladi. Shuning uchun yagona qoladigan hadi k - hadi bo'ladi:

$$F(P_k) = b_k \cdot \frac{B_k(P_k)}{B_k(P_k)} \cdot 1 = b_k.$$

Demak, $F(P_k) = b_k$ sharti bajariladi. Tuzilishiga ko'ra, har bir $|\Phi_P(Z)| < 1$ bo'lgani uchun $|B_k(Z)| \leq 1$ bo'ladi. $B_k(P_k)$ ni maxraji $|B_k(P_k)| \geq \delta$ bo'lgani uchun u chegaralangan.

N soni yetarlicha katta qilib qo'shiluvchi hadlarining moduli tez kamayishini ta'minlaymiz, natijada $F(Z)$ chegaralangan bo'ladi. Shunday qilib, $F(Z) \in H^{\infty}(\Im)$ bo'ladigan funksiyani topdik, u berilgan $\{b_k\}$ ketma-ketlikni interpolatsiya qiladi. Demak, $\{P_k\}$ ketma-ketlik interpolatsion ketma-ketlik bo'ladi. *Teorema isbot bo'ldi.*

Eslatma. Bu teorema Karleson teoremasining yuqori yarim tekislik uchun umumlashmasi hisoblanadi. Agar nuqtalar bir-biridan uzoq bo'lsa, u holda ixtiyoriy chegaralangan qiymatlar uchun interpolatsiya mumkin. Shuningdek, $\Phi_P(Z)$ funksiya Blyashka ko'paytmasining xossalariga o'xshash rol o'ynaydi.

Xulosa. Usbu taqdqiqot ishida $\mathbb{C}^n [m \times m]$ fazodagi matritsaviy yuqori yarim tekislikda interpolatsion ketma-ketliklarlar tahlil qilindi. Bu soha murakkab matritsalar fazosida muhim analitik va geometrik xossalarga ega bo'lib, ayniqsa, golomorf funksiyalar va Ermit matritsalar nazariyasida katta ahamiyatga ega.

Ushbu tadqiqot natijalari matritsaviy analiz, operatorlar nazariyasi va raqamli usullar sohalarida qo'llanilishi mumkin bo'lgan nazariy asosni taqdim etadi. Keyingi bosqichda bu usullarni konkret fizika va muhandislik masalalariga tatbiq etish istiqbollari mavjud.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

(1). Carleson L. An interpolation problem for bounded holomorphic functions. Amer. J.Math, 1958, V. 80, p. 921–930.

(2). Berndtsson B. Interpolating sequences for in the ball. Proc. Amer. Math. 1985, V. 88, p. 1–10.

(3). Шаимкулов Б.А. Интерполяционные последовательности в обобщенном единичном круге, Современные проблемы математической физики и информационных технологий. Труды междунар. науч. конф., 26–29 ноября 2003. Ташкент, 2003, т. 2, с. 111–112.

(4). Г.Худойберганов, А.М.Кыгтманов, Б.А.Шаимкулов, Анализ в матричных областях, Красноярск, Сибирский федеральный ун-т, 2017, с. 296.

(5). G.Xudoyberganov, T.T.To‘ychiyev. Matritsa argumentli golomorf funksiyalar (magistrlar uchun qo‘llanma). Toshkent, 2008.

(6).Kusis P. Introduction to Hp Spaces with an Appendix on Wolff’s Proof of the Corona Theorem, Cambridge University Press, Cambridge–New York, 1980.

(7). Hua L.K. and Look K.H., Theory of harmonic functions in classical domains. Sci. Sinica 8 (1959), p. 1031–1094.

Olimbayev To‘lqin G‘ayrat o‘g‘li (Urganch davlat universiteti o‘qituvchisi; e-mail: olimbayevt@gmail.com),
Babaxanova Xusnora Qahramon qizi (Urganch davlat universiteti magistranti; e-mail: husnorabobohonova@gmail.com),
Qo‘shnazarov Rasul Qudratovich (Urganch davlat universiteti magistranti; e-mail: rasulbekxcod@gmail.com)

RIMAN SIRTLARINING PARABOLIKLIK XUSUSIYATI: GARMONIK O‘LCHOV VA POTENSIAL FUNKSIYALAR YONDASHUVI

Annotatsiya. *Mazkur maqolada Riman sirtlarining paraboliklik xususiyati garmonik o‘lchov va potensial funksiyalar asosida tadqiq etiladi. Parabolik sirtlar uchun Grin funksiyasining mavjud emasligi va maksimum prinsipining bajarilishi kabi belgilar asosida paraboliklik mezonlari keltiriladi. Garmonik o‘lchov tushunchasi va uning asosiy xossalari, shu jumladan, monotonlik va regularlik holatlari yoritilgan. Potensial qamrov funksiyasining mavjudligi paraboliklik bilan bog‘liqligi isbotlangan. Maqola, shuningdek, regular kompaktlar uchun Grin funksiyalarining mavjudligi va uzluksizligi masalasini ham o‘z ichiga oladi.*

Kalit so‘zlar: *Riman sirtlari; parabolik sirt, garmonik o‘lchov, Grin funksiyasi, subgarmonik funksiya, Evans-Selberg potensiali, ideal chegara, maksimum prinsipi, regulyar kompaktlar, potensial nazariyasi.*

Олимбаев Тўлкин Гайрат огли (преподаватель кафедры математического анализа Ургенчского государственного университета),
Бабаханова Хуснора Кахрамон кизи (магистрант Ургенчского государственного университета),
Кушназаров Расул Кудратович (магистрант Ургенчского государственного университета)

СВОЙСТВО ПАРАБОЛИЧНОСТИ РИМАНОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ: ПОДХОДЫ ЧЕРЕЗ ГАРМОНИЧЕСКУЮ МЕРУ И ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ

Аннотация. *В данной статье исследуется параболичность римановых поверхностей на основе гармонической меры и потенциалов. Приведены критерии параболичности, включая отсутствие функции Грина и выполнение принципа максимума. Рассматривается понятие гармонической меры и её основные свойства: монотонность и регулярность. Доказано, что существование потенциальной функции исчерпания на римановой поверхности привлечет её параболичность. Также исследуется существование и непрерывность функций Грина для регулярных компактов.*

Ключевые слова: *поверхности Римана, параболическая поверхность, гармоническая мера, функция Грина, субгармоническая функция, потенциал Эванса-Селберга, идеальная граница, принцип максимума, регулярные компакты, теория потенциала.*

Olimbaev Tulkin Gayrat ogli (lecturer of the department of Mathematical Analysis at Urgench State University),
Babakhanova Khusnora Qahramon qizi (Master’s Student, Urgench State University),
Kushnazarov Rasul Kudratovich (Master’s Student, Urgench State University)

PARABOLICITY PROPERTY OF RIEMANN SURFACES: APPROACH OF HARMONIC MEASURE AND POTENTIAL FUNCTIONS

Annotation. *This paper investigates the parabolic nature of Riemann surfaces through the lens of harmonic measure and potential functions. Criteria for parabolicity are established, including the absence of the Green’s function and the validity of the maximum principle. The concept of harmonic measure is introduced with its fundamental properties such as monotonicity and regularity. It is proved that, existence of the potential exhaustion functions on Riemann surfaces implies its parabolicity. Additionally, the study examines the existence and continuity of Green's functions for regular compact sets.*

Keywords: *Riemann surfaces, parabolic surface, harmonic measure, Green’s function, subharmonic function, Evans-Selberg potential, ideal boundary, maximum principle, regular compacts, potential theory.*