Kvadratik funksiyalar uchun konjugat gradient usuli o‘zining ustunligini ko‘rsatdi. U xotira jihatdan tejamkor va katta o‘lchamli tizimlarda samarali bo‘ldi. Biroq umumiy nolinear funksiyalar uchun uning samaradorligi BFGS bilan solishtirganda pastroq natija berdi.

Xulosa. Maqolada shartsiz optimallashtirish usullari nazariy asoslari va amaliy samaradorligi nuqtai nazaridan tizimli ravishda taqqoslandi. Olingan natijalar shuni ko‘rsatdiki, algoritm tanlash masalaning tuzilishi, o‘lchami va funksiyaning silliqlik darajasiga bevosita bog‘liq. Gradient usuli hisoblash jihatdan sodda va barqaror bo‘lsa-da, yomon konditsionallikka ega funksiyalarda sekin yaqinlashadi. Nyuton usuli esa lokal kvadratik tezlikda yaqinlashib, kichik o‘lchamli masalalarda yuqori samaradorlik ko‘rsatadi, biroq hisoblash xarajati katta bo‘ladi.

Kvazi-Nyuton algoritmlari, xususan BFGS va uning cheklangan xotirali varianti L-BFGS, tezlik va resurs tejamkorligi o‘rtasida muvozanatni ta’minlashi bilan ajralib turadi. Katta o‘lchamli kvadratik masalalarda konjugat gradient usuli samarali natija berdi.

Tadqiqot shuni tasdiqlaydiki, universal eng yaxshi usul mavjud emas; optimal tanlov muammoning xususiyatlariga mos ravishda amalga oshirilishi lozim. Shu bilan birga, nazariy konvergensiya xossalari amaliy tajribalarda ham o‘z tasdig‘ini topdi. Kelgusida adaptiv va gibrid optimallashtirish algoritmlarini ishlab chiqish istiqbolli ilmiy yo‘nalish hisoblanadi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:

(1). Abduqodirov A.A. Oliy matematika. Toshkent, O‘zbekiston Milliy universiteti nashriyoti, 2019, 187-bet.

(2). Nocedal J., Wright S.J. Numerical Optimization. New York, “Springer”, 2006, 664 p.

(3). Boyd S., Vandenberghe L. Convex Optimization. Cambridge, Cambridge University Press, 2004, 716 p.

(4). Bertsekas D.P. Nonlinear Programming. Belmont, Athena Scientific, 1999, 777 p.

(5). Rahimov U.Sh. Amaliy matematika usullari. Toshkent, “Fan”, 2017, 256-bet.

(6). To‘xtayev B.T. Chiziqli algebra va analitik geometriya. Toshkent, “O‘qituvchi”, 2016, 320-bet.

(7). Karimov S.K. Matematik modellashtirish asoslari. Toshkent, “Innovatsiya-Ziyo”, 2020, 240-bet.

(8). Abdullayev A., Xudoyberdiyev O. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. Toshkent, O‘zMU nashriyoti, 2019, 356-bet.

(9). Saidov N.R. Hisoblash matematikasi. Toshken, “Fan”, 2015, 228-bet.

(10). Qodirov R. Sonli hisoblash metodlari. Toshkent, “O‘qituvchi”, 2014, 192-bet.

(12). Yusupov M. Matematik analiz (ko‘p o‘zgaruvchili funksiyalar). Toshkent, “Fan va texnologiya”, 2018, 304- bet.

Suyunova Madina (Mirzo Ulug‘bek nomidagi O‘zbekiston Milliy universiteti 2-kurs talabasi; e-mail: madinasuyunova7476@gmail.com)

“MATEMATIKA” FANIDAN OLIMPIADA MASALALARINI YECHISHDA YORDAMCHI FUNKSIYA KIRITISH METODI

Annotatsiya. *Ushbu maqolada ko‘plab matematik olimpiadalarida uchraydigan hosilaga oid tenglamalarni yechimi mavjud ekanini isbotlashda qo‘llaniladigan yordamchi funksiya kiritish metodi ko‘rib chiqilgan. Yechimga oson olib boradigan yordamchi funksiyani qanday topish tushuntirilgan.*

Kalit so‘zlar*: Roll teoremasi, Balsona Koshi teoremasi, yordamchi funksiya, differensiallanuvchi funksiya, hosila.*

МЕТОД ВСПОМОГАТЕЛЬНОЙ ФУНКЦИИ В ОЛИМПИАДНОЙ МАТЕМАТИКЕ

Аннотация. *В данной статье рассматривается метод введения вспомогательной функции для доказательства существования решений уравнений с производной, которые часто встречаются на математических олимпиадах. Объясняется, как правильно построить вспомогательную функцию, естественным образом приводящую к решению. Также обсуждаются основные принципы выбора такой функции и показывается, как данный метод упрощает процесс решения.*

Ключевые слова: *теорема Ролля, теорема Больцано–Коши, вспомогательная функция, дифференцируемая функция, производная.*

APPLICATION OF THE AUXILIARY FUNCTION METHOD TO MATHEMATICAL OLYMPIAD PROBLEMS

Annotation. *This article examines the method of introducing an auxiliary function to prove the existence of solutions to derivative-based equations that frequently appear in mathematical Olympiads. It explains how to construct an appropriate auxiliary function that leads naturally and efficiently to the*

solution. The paper also discusses the key principles behind selecting such a function and demonstrates how this technique simplifies the solving process.

***Key words**: Roll's theorem, Bolzana-Cauchy theorem, auxiliary function, differentiable function, derivative.*

Kirish. Bilamizki matematika fan olimpiadalarida uchraydigan masalalar yuqori darajadagi tahliliy fikrlashni talab etadi, ko'pincha, standart hisoblash usullari yordamida bevosita yechilmaydi. Ushbu masalalarning murakkabligi yashirin tuzilishini aniqlash va uni qulay matematik shaklga keltirish bilan bog'liq bo'ladi. Shu sababli samarali metodlarni aniqlash hamda ularni tizimli ravishda qo'llash dolzarb masalalardan biridir. Matematikada keng qo'llaniladigan yordamchi funksiya kiritish metodi murakkab munosabatlarni soddaroq funksional ko'rinishga o'tkazish imkonini beradi. Ushbu yondashuv hosilalar nazariyasida muhim o'rin egallagan Roll teoremasi, Logranj va Koshi teoremalarining isbotida muhim o'rin tutadi. Mos yordamchi funksiya tanlash orqali Roll teoremasidan Lagranj va Koshi teoremalari sodda isbotlash mumkin. Shu bilan birgalikga, yordamchi funksiya kiritish g'oyasi ko'plab olimpiada masalalarida yechimga olib keluvchi asosiy vosita bo'lib xizmat qiladi. Yordamchi funksiya kiritilgandan keyin masalani yechish ancha oson bo'lib qoladi, lekin shunday funksiyani topish masalasi odatda qiyinlik tug'diradi. Ushbu maqolada biz shunday yordamchi funksiya topish usullarini ko'rib chiqamiz.

Matematik analiz bo'yicha klassik adabiyotlarda yordamchi funksiya kiritish metodining nazariy asoslari ko'rib chiqilgan. Masalan, [1],[2],[3]lar darsliklarida Roll teoremasi, Logranj va Koshi teoremalarining isbotlarida yordamchi funksiya qurish usuli qo'llaniladi. Bu yondashuv murakkab funksional bog'lanishlarni sodda ko'rinishga keltirish imkonini beradi. Shuningdek, matematika olimpiadasi bo'yicha yozilgan boshqa ilmiy manbalarda ham yordamchi funksiya metodining amaliy qo'llanilishi ko'rib chiqilgan. Masalan, T.Andreescu va R.Gelcalarning ishlarida olimpiada masalalarini yechishda funksional yondashuvlar va yordamchi konstruksiyalarni qo'llash misollar orqali tahlil qilinadi [4], [5].

Yuqoridagi adabiyotlar tahlili shuni ko'rsatadiki, yordamchi funksiya kiritish metodi matematik analizning nazariy natijalarini isbotlashda ham, olimpiada masalalarini yechishda ham samarali vositalardan biri hisoblanadi. Shu bilan birga, mos yordamchi funksiyani tanlash masalasi, ko'pincha, ijodiy yondashuvni talab qiladi va bu yo'nalishda metodik tadqiqotlarni davom ettirish muhim ahamiyatga ega.

1. Roll teoremasi orqali yechiladigan masalalarda yordamchi funksiya topishning universal usuli. Ayrim olimpiada masalalarida uzluksiz funksiya va uning hosilasi ishtirok etgan tenglama biror oraliqda yechimga ega ekanini isbotlash talab qilinadi. Aytaylik, qandaydir shartlarni qanoatlantiruvchi $(a;b)$ oraliqda aniqlangan $f(x)$ differensiallanuvchi funksiya uchun

$$F\left(f'^{(c)};f(c);c\right)=0$$

tenglikni qanoatlantiruvchi $c\in(a,b)$ topilishini isbotlash talab qilingan bo'lsin. Bu masalani yechish uchun quyidagicha yo'l tutish mumkin: agar shunday differensiallanuvchi $g(x)$ funksiya topilib $g'(x)=F\left(f'^{(x)};f(x);x\right)$ shart bajarilsa va $(a;b)$ oraliqdagi biror $a_1\geq a$ va $b_1\leq b$ sonlar uchun $g(a_1)=g(b_1)$ tenglik o'rinli bo'lsa, Roll teoremasiga ko'ra $g'(c)=0$ bo'ladigan $c\in(a_1;b_1)$ topilishi kelib chiqadi. Bu bizga kerakli tenglikni beradi. Shunday yordamchi funksiyani qanday topish mumkin? Shu savolga javob beramiz. Buning uchun dastlab

$$F(f'(x),f(x),x)=0$$

birinchi tartibli differensial tenglamani yechamiz. Umumiy yechimi $y(x)c_1$ ko'rinishda bo'lsin. Unda biror oraliqdagi barcha x lar uchun va ixtiyoriy c_1o'zgarmas son uchun

$$F(y'(x)c_1,y(x)c_1,x)=0$$

ekani ma'lum. Yordamchi funksiya sifatida

$$g(x)=\frac{f(x)}{y(x)}$$

funksiyani olamiz. Odatda masala shartidagi ma'lumotlardan $g(x)$ ning differensiallanuvchiligi va $g(a)=g(b)$ ekanligi kelib chiqadi. Shu shartlar bajarilsa, Roll teoremasiga ko'ra $g'(c)=0$ bo'ladigan $c\in(a_1;b_1)$ son topiladi va

$$g'(c)=\frac{f'(c)y(c)-f(c)y'(c)}{y(c)^2}=0.$$

U holda, $f'(c)y(c)-f(c)y'(c)=0$, bundan $\frac{f\prime(c)}{y\prime(c)}=\frac{f(c)}{y(c)}=k$. Demak, $F(y'(c)k,y(c)k,c)=0$ ekanidan, $F(f'(c),f(c),c)=0$ tenglik kelib chiqadi. Bundan, masala shartida so'ralgan c son mavjud

ekan deb xulosa qilishimiz mumkin. Quyida bir nechta olimpiada masalalarida buni tatbiqini ko‘rib chiqamiz.

2. Olimpiada masalalarida tatbiqi.

1-masala. Berilgan $f\colon [0,1] \to R$ funksiya aniqlanish sohasida uzluksiz va $(0,1)$ intervalda differensiallanuvchi bo‘lsin. $f(1) = 0$ ekani ma’lum bo‘lsa,

$$f'(c) = \frac{c-1}{c} f(c)$$

tenglik o‘rinli bo‘ladigan $c \in (0;1)$ son mavjudligini isbotlang.

Yechim. Shunday $g(x)$ yordamchi funksiya olishimiz kerakki, qandaydir $a, b \in (0;1)$ uchun $g(a) = g(b)$ bo‘lib, $g'(x) = \text{b}$ o‘ladigan x larda masalada berilgan tenglik o‘rinli bo‘lishi kelib chiqishi kerak. Bunday funksiya topish uchun yuqorida ko‘rib o‘tilgan usulni qo‘llaymiz,

$$f'(x) = \frac{x-1}{x} f(x)$$

differensial tenglamani yechamiz. $f(x) = \frac{e^x}{x} c_1$ yechim olamiz. $g(x) = f(x)e^{-x}x$ yordamchi funksiya olamiz. $g(0) = g(1) = 0$ ekani ma’lum, $f(x)$ uzluksiz, differensiallanuvchi ekanidan $g(x)$ ham uzluksiz, differensiallanuvchi. Roll teoremasiga ko‘ra, $g(c) = 0$ bo‘ladigan $c \in (a_1, b_1)$ mavjud. Demak,

$$0 = g'(c) = f(c)e^{-c}c - f(c)e^{-c}c + e^{-c}$$

va bundan

$$f'(c) = \frac{c-1}{c} f(c)$$

ekanligi kelib chiqadi.

2-masala. Berilgan $f\colon [0;1] \to R$ funksiya aniqlanish sohasida uzluksiz va $(0;1)$ intervalda differensiallanuvchi bo‘lsin.$f(1) = 0$ ekani ma’lum bo‘lsa,

$$f'(c) = -\frac{f(c)}{c}$$

tenglik o‘rinli bo‘ladigan $c \in (0;1)$ son mavjudligini isbotlang.

Yechim. Kerakli bo‘lgan yordamchi funksiya qidiramiz.

$$f'(x) = -\frac{f(x)}{x}$$

differensial tenglamaning yechimi $f(x) = \frac{1}{x} c_1$ ekanidan $g(x) = xf(x)$ yordamchi funksiya olsak, $g(0) = g(1) = 0$ va $g(x)$ differensiallanuvchi. Roll teoremasiga ko‘ra $g'(c) = 0$ bo‘ladigan $c \in (0;1)$ mavjud. Shu c soni masala shartini qanoatlantiradi.

3-masala. Berilgan $f\colon [a;b] \to R$ funksiya aniqlanish sohasida uzluksiz va

$$\int_a^b f(x)dx = 0$$

bo‘lsa, $\int_a^c f(x)dx = f(c)$ o‘rinli bo‘ladigan $c \in (0;1)$ son mavjudligini isbotlang.

Yechim. Bu masalada ham yordamchi funksiya topishimiz kerak,

$$F(t) = \int_a^t f(x)dx$$

deb olsak, avvalgi masalalarda yechganimiz kabi differensial tenglama yechib yordamchi funksiya topishga harakat qilamiz. $F(t) = f(t)$ ni yechishimiz kerak, $f(t) = F'(t)$ ekanini hisobga olsak, $F(t) = F'(t)$ tenglamaning yechimi $F(t) = e^t c_1$ ekanidan

$$g(t) = e^{-t}F(t)$$

yordamchi funksiya olamiz. $g(t)$ funksiya Roll teoremasi shartlarini qanoatlantirishini tekshiramiz. $g(a) = g(b) = 0$ ekani ma’lum, $g(t)$ uzluksiz funksiya, demak, Roll teoremasiga ko‘ra $g'(t) = 0$ bo‘ladigan $c \in (0;1)$ mavjud. Bu esa bizga kerakli tenglikni beradi.

Bu usulni nafaqat birinchi tartibli hosila qatnashgan tenglamalar yechimga ega ekanida balki yuqori tartibli hosilalar qatnashgan tenglamalar uchun ham qo‘llashimiz mumkin.

4-masala. Faraz qilaylik, $f(x)$ funksiya $[0;2]$ kesmada uzluksiz va $(0;2)$ oraliqda ikki marta differensiallanuvchi bo‘lsin. Shuningdek, $f(0) = f(2) = 0$ bo‘lsin.

U holda shunday $c \in (0,2)$ mavjud bo‘lib

$$cf''(c) + 2f'(c) = 0$$

tenglik o‘rinli bo‘lishini isbotlang.

Yechim. $xf''(x)+2f'(x)=0$ diffeensial tenglamani yechamiz. Yechimi $f(x)=\frac{1}{x}c_1$ ekanidan $g(x)=xf(x)$ deb olishimiz mumkin. $g(x)$ uzluksiz differensiallanuvchi va $g(0)=g(2)=0$ ekani ma’lum, Roll teoremasiga ko‘ra, $g'(a)=0$ bo‘ladigan $a\in(0;2)$ topiladi. $g'(0)=0$ va $g'(0)=g'(a)$ ekanidan Roll teoremasini yana bir marta qo‘llasak, $g''(c)=0$ bo‘ladigan $c\in(0;a)$ son mavjud. Ma’lumki, $g'(x)=f(x)+xf(x)$ va $g''(x)=2f(x)+xf''(x)$.

Demak,

$$cf''(c)+2f'(c)=0.$$

3. Balsona-Koshi teoremasi orqali yechiladigan masalalar. Ayrim masalalarda ikki yoki undan ortiq uzluksiz funksiyalar kombinatsiyalaridan tashkil topgan tenglama berilgan oraliqda yechimga ega ekanligini isbotlash talab etiladi. Keling sodda hollardan birini ko‘rib o‘tamiz. Bizga $f,h\in C[a;b]$ funksiyalar berilgan bo‘lsin. $f(x)=h(x)$ tenglama yechimga ega ekanini ko‘rsatish talab etilsin. Ushbu holda biz $g(x)=f(x)-h(x)$ yordamchi funksiya olib, uning uzluksiz ekanini va shunday a_1 va b_1 nuqtalar topilib, $g(a_1)>0, g(b_1)<0$ ekanini ko‘rsata olsak, Balsona-Koshi teoremasidan $g(x)=0$ bo‘ladigan, $x\in(a_1;b_1)$ son topilishi kelib chiqadi ([2] ga qarang).

1-masala. Bizga $f:[0;1]\to[0;n]$ suryektiv, uzluksiz funksiya hamda $g_j:[0;1]\to[0;1]$, $j=1,\dots,n$, uzluksiz funksiyalar berilgan. U holda

$$f(x)=\sum_{j=1}^{n}x^{j-1}g_j(x)$$

tenglama $[0;1]$da, hech bo‘lmaganda, bitta yechimga ega ekanligini isbotlang.

Yechim.

$$h(x)=f(x)-\sum_{j=1}^{n}x^{j-1}g_j(x)$$

yordamchi funksiya olamiz. $f(x)$ ning suryektiv ekanidan, $f(a)=0$ va $f(b)=n$ bo‘ladigan $a,b\in(0;1)$ sonlar topiladi. U holda

$$h(a)=-\sum_{j=1}^{n}a^{j-1}g_j(a)\le 0$$

va

$$h(b)=n-\sum_{j=1}^{n}b^{j-1}g_j(b)$$

bo‘ladi. Bundan Balsona-Koshi teoremasiga ko‘ra, $h(c)=0$ bo‘ladigan $c\in[0;1]$ mavjud. Demak,

$$f(c)=\sum_{j=1}^{n}c^{j-1}g_j(c).$$

2-masala. Faraz qilaylik, $f,g:[0;1]\to[0;1]$ uzluksiz, suryektiv funksiyalar bo‘lsin. U holda $f(g(x_0))=g(f(x_0))$ shartni qanoatlantiruvchi $x_0\in[0;1]$ nuqta mavjudligini isbotlang.

Yechim. Ma’lumki, $f\big(g(x)\big), g\big(f(x)\big):[0;1]\to[0;1]$ uzluksiz va suryektiv funksiyalar bo‘ladi. $h(x)=f(g(x))-g(f(x))$ deb olsak, suryektiv ekanligidan $f\big(g(a)\big)=0, g\big(f(b)\big)=1$ bo‘ladigan $a,b\in(0;1)$ topiladi. Unda $h(a)=-g\big(f(a)\big)\le 0, h(b)=1-g(f(b))\ge 0$ o‘rinli bo‘ladi. Balsona-Koshi teoremasiga ko‘ra, $h(c)=0$ bo‘ladigan $c\in(0;1)$ mavjud bo‘lishi kelib chiqadi.

3-masala. $e^x=4-3x^5$ tenglama $[0;100]$ kesmada yechimga ega ekanini isbotlang.

Yechim. $g(x)=e^x-4+3x^5$ funksiya olamiz. Ma’lumki, $g(0)=-3<0$, $g(10)>0$. Balsona Koshi teoremasiga ko‘ra, $g(c)=0$ bo‘ladigan $c\in(0;10)$ son mavjud.

Xulosa. Ushbu maqolada olimpiada masalalarida uchraydigan hosilaga oid tenglamalarning ildizi mavjud ekanini isbotlash uchun yordamchi funksiya kiritish metodi ko‘rib chiqildi va yechimga oson olib boruvchi yordamchi funksiya qanday topilishi ko‘rsatildi. Ko‘rib chiqilgan misollar yordamchi funksiya kiritish metodining olimpiada masalalarini yechishda samarali ekanligini ko‘rsatadi. Ushbu yondashuv

o‘quvchilarda matematik tafakkurni rivojlantirish, masalaga turli nuqtai nazardan qarash va murakkab masalalarni sodda ko‘rinishga keltirish ko‘nikmalarini shakllantirishda muhim ahamiyatga ega.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:

[1]. Xudoyberganov G., Vorisov A., Mansurov X., Shoimulov B. Matematik analizdan ma’ruzalar. “Voris” nashriyoti, Toshkent, 2010, 2;45–48-betlar.

[2]. Azlarov T., Mansurov X., Matematik analiz. 1-qism, “O‘qituvchi”, Toshkent, 1994, 5;110–115-b.

[3]. Terence Tao. Analysis I, Graduate Studies in Mathematics, vol. 37, American Mathematical Society, Providence, RI, 2006, 3;75–80-betlar.

[4]. Gelca, R., Andreescu. T., Putnam and Beyond, Springer, New York, 2007, 1;30–32-betlar.

[5]. Titu Andreescu, Vasile Cirtoaje. Mathematical Olympiad Challenges. Boston: Birkhäuser, 2000, 6;152–155-betlar.

(6). Andreescu T., Gelca R. Mathematical Olympiad Challenges. Boston: Birkhäuser, 2000.

Sadullayev Jurabek Oybekovich (UrDU tayanch doktoranti), Axmedov Munisbek Muhammad o‘g‘li, Vapayev Murodbek Ergashovich, Davletov Ikram Yusubovich (UrDU Texnika fakulteti)

GRAFEN ISHLAB CHIQARISH JARAYONIDA HARORAT MAYDONI VA ISSIQLIK TARQATILISHINING TAHLILI

Annotatsiya. *Ushbu tadqiqotda millisekundlik impulsli lazer nurlanishi ostida poliimid substratida grafen hosil bo‘lishi paytida harorat maydoni va issiqlik uzatilishi raqamli modellashtirish yordamida o‘rganildi. Vaqtga bog‘liq issiqlik uzatish tenglamasi Gauss issiqlik manbai bilan yechildi. Natijalar lazer parametrlari va skanerlash tezligi issiqlik to‘planishiga va grafen sintezi uchun kritik harorat zonasining shakllanishiga sezilarli ta’sir ko‘rsatishini ko‘rsatadi. Olingan natijalar lazer bilan induksiyalangan grafen ishlab chiqarish jarayonlarini optimallashtirish uchun ilmiy asos yaratadi.*

Kalit so‘zlar: *grafen sintezi, harorat maydoni, issiqlik tarqalishi, raqamli modellashtirish, COMSOL multifizikasi, lazer bilan induksiyalangan grafen, issiqlik uzatish.*

Садуллаев Джурабек Ойбекович (аспирант УрГУ), Ахмедов Мунисбек Мухаммад оглы, Вапаев Муродбек Эргашович, Давлетов Икрам Юсубович (УрГУ)

АНАЛИЗ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ И ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ В ПРОЦЕССЕ ПРОИЗВОДСТВА ГРАФЕНА

Аннотация. *В данном исследовании с помощью численного моделирования изучались температурное поле и теплопередача в процессе формирования графена на полиимидной подложке под воздействием миллисекундного импульсного лазерного излучения. Было решено зависящее от времени уравнение теплопередачи с гауссовым источником тепла. Результаты показывают, что параметры лазера и скорость сканирования оказывают существенное влияние на накопление тепла и формирование критической температурной зоны для синтеза графена. Полученные результаты обеспечивают научную основу для оптимизации процессов лазерно-индуцированного производства графена.*

Ключевые слова: *синтез графена, температурное поле, теплоотдача, численное моделирование, COMSOL Multiphysics, лазерно-индуцированный графен, теплопередача.*

Sadullayev Jurabek Oybekovich (UrSU, basic doctoral student), Akhmedov Munisbek Muhammad oglu, Vapayev Murodbek Ergashovich, Davletov Ikram Yusubovich (UrSU)

ANALYSIS OF TEMPERATURE FIELD AND HEAT DISTRIBUTION IN THE GRAPHENE PRODUCTION PROCESS

Annotation. *In this study, the temperature field and heat transfer during graphene formation on a polyimide substrate under millisecond pulsed laser irradiation were studied using numerical modeling. The time-dependent heat transfer equation was solved with a Gaussian heat source. The results show that the laser parameters and scanning speed have a significant effect on heat accumulation and the formation of a critical temperature zone for graphene synthesis. The obtained results provide a scientific basis for optimizing laser-induced graphene production processes.*

Keywords: *Graphene synthesis, temperature field, heat dissipation, numerical modeling, COMSOL multiphysics, laser-induced graphene, heat transfer.*

Kirish. So‘nggi yillarda grafen o‘zining yuqori elektr va issiqlik o‘tkazuvchanligi, mexanik mustahkamligi hamda atom darajasidagi yupqaligi tufayli materialshunoslikda keng e’tibor qozondi [1,2]. Ushbu xossalar uni nanoelektronika, energiya saqlash va sensor texnologiyalarida istiqbolli materialga aylantirdi