(4). Г.Худойберганов, А.М.Кыгтманов, Б.А.Шаимкулов, Анализ в матричных областях, Красноярск, Сибирский федеральный ун-т, 2017, с. 296.

(5). G.Xudoyberganov, T.T.To‘ychiyev. Matritsa argumentli golomorf funksiyalar (magistrlar uchun qo‘llanma). Toshkent, 2008.

(6).Kusis P. Introduction to Hp Spaces with an Appendix on Wolff’s Proof of the Corona Theorem, Cambridge University Press, Cambridge–New York, 1980.

(7). Hua L.K. and Look K.H., Theory of harmonic functions in classical domains. Sci. Sinica 8 (1959), p. 1031–1094.

Olimbayev To‘lqin G‘ayrat o‘g‘li (Urganch davlat universiteti o‘qituvchisi; e-mail: olimbayevt@gmail.com),
Babaxanova Xusnora Qahramon qizi (Urganch davlat universiteti magistranti; e-mail: husnorabobohonova@gmail.com),
Qo‘shnazarov Rasul Qudratovich (Urganch davlat universiteti magistranti; e-mail: rasulbekxcod@gmail.com)

RIMAN SIRTLARINING PARABOLIKLIK XUSUSIYATI: GARMONIK O‘LCHOV VA POTENSIAL FUNKSIYALAR YONDASHUVI

Annotatsiya. *Mazkur maqolada Riman sirtlarining paraboliklik xususiyati garmonik o‘lchov va potensial funksiyalar asosida tadqiq etiladi. Parabolik sirtlar uchun Grin funksiyasining mavjud emasligi va maksimum prinsipining bajarilishi kabi belgilar asosida paraboliklik mezonlari keltiriladi. Garmonik o‘lchov tushunchasi va uning asosiy xossalari, shu jumladan, monotonlik va regularlik holatlari yoritilgan. Potensial qamrov funksiyasining mavjudligi paraboliklik bilan bog‘liqligi isbotlangan. Maqola, shuningdek, regular kompaktlar uchun Grin funksiyalarining mavjudligi va uzluksizligi masalasini ham o‘z ichiga oladi.*

Kalit so‘zlar: *Riman sirtlari; parabolik sirt, garmonik o‘lchov, Grin funksiyasi, subgarmonik funksiya, Evans-Selberg potensiali, ideal chegara, maksimum prinsipi, regulyar kompaktlar, potensial nazariyasi.*

Олимбаев Тўлкин Гайрат огли (преподаватель кафедры математического анализа Ургенчского государственного университета),
Бабаханова Хуснора Кахрамон кизи (магистрант Ургенчского государственного университета),
Кушназаров Расул Кудратович (магистрант Ургенчского государственного университета)

СВОЙСТВО ПАРАБОЛИЧНОСТИ РИМАНОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ: ПОДХОДЫ ЧЕРЕЗ ГАРМОНИЧЕСКУЮ МЕРУ И ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ

Аннотация. *В данной статье исследуется параболичность римановых поверхностей на основе гармонической меры и потенциалов. Приведены критерии параболичности, включая отсутствие функции Грина и выполнение принципа максимума. Рассматривается понятие гармонической меры и её основные свойства: монотонность и регулярность. Доказано, что существование потенциальной функции исчерпания на римановой поверхности привлечет её параболичность. Также исследуется существование и непрерывность функций Грина для регулярных компактов.*

Ключевые слова: *поверхности Римана, параболическая поверхность, гармоническая мера, функция Грина, субгармоническая функция, потенциал Эванса-Селберга, идеальная граница, принцип максимума, регулярные компакты, теория потенциала.*

Olimbaev Tulkin Gayrat ogli (lecturer of the department of Mathematical Analysis at Urgench State University),
Babakhanova Khusnora Qahramon qizi (Master’s Student, Urgench State University),
Kushnazarov Rasul Kudratovich (Master’s Student, Urgench State University)

PARABOLICITY PROPERTY OF RIEMANN SURFACES: APPROACH OF HARMONIC MEASURE AND POTENTIAL FUNCTIONS

Annotation. *This paper investigates the parabolic nature of Riemann surfaces through the lens of harmonic measure and potential functions. Criteria for parabolicity are established, including the absence of the Green’s function and the validity of the maximum principle. The concept of harmonic measure is introduced with its fundamental properties such as monotonicity and regularity. It is proved that, existence of the potential exhaustion functions on Riemann surfaces implies its parabolicity. Additionally, the study examines the existence and continuity of Green's functions for regular compact sets.*

Keywords: *Riemann surfaces, parabolic surface, harmonic measure, Green’s function, subharmonic function, Evans-Selberg potential, ideal boundary, maximum principle, regular compacts, potential theory.*

Kirish. Parabolik Riman sirtlarida ekstremal funksiyalarni xossalarini o‘rganish Riman sirtlari nazariyasida muhim o‘rin tutadi. Ushbu funksiyalar parabolik Riman sirtlarida funksiyalarni analitik davom ettirish masalalarini o‘rganishda, golomorf funksiyalarni baholashda va polinomlar yordamida yaqinlashtirish masalalarini o‘rganishda va golomorflik sohalarini tavsiflashda muhim ahamiyatga ega. Polinomial qavariq qobiqlar va golomorf qavariq qobiqlarni, to‘plamlarning regulyarligi tavsiflashda ekstremal Grin funksiyalari va garmonik o‘lchovlardan foydalanish usullari tadqiq etiladi.

Adabiyotlar tahlili. Riman sirtlari nazariyasi kompleks analizning eng muhim yo‘nalishlaridan biri bo‘lib, matematika va nazariy fizikaning juda ko‘plab masalalarida o‘z tatbiqiga ega. Shu sababga ko‘ra, ko‘pgina Riman sirtlariga bag‘ishlangan ilmiy adabiyotlar yaratilgan. Jumladan, L.Alfors va L.Sario [1], L.Sario va M.Nakai [2], G.Springer[3], S.G.Krantz [8], O.Forster[9], H.M.Farcas va I.Kra [10], R.Gunning [11] monografiyalari shular jumlasidandir.

Riman sirtiga eng oddiy misol bu kompleks tekislikdir. Bunda haqiqiy tekislikdagi (x, y) nuqtasiga kompleks tekislikdagi $z = x + iy$ nuqta mos keladi.

Riman sirtiga yana bir misol bu Riman sferasidir. Chegaralangan tekislikda aniqlangan akslantirish va $z \neq 0$ bo‘lganda va cheksizlikdagi $\infty \mapsto 0$ nuqtaga kengaytirilganda, $z \mapsto \frac{1}{z}$ akslantirish konform strukturani aniqlashi aniq va ushbu struktura bilan sfera *Riman sferasi* deb ataladi. Kompleks tor ham Riman sirtiga misol bo‘ladi.

Rimann sirtlarining klassifikatsiya nazariyasida ochiq Riman sirtlari parabolik va giperbolik turlarga ajratilgan holda tadqiq etiladi (Sario Nakai [3] monografiyasiga qarang).

1-ta’rif. Agar Riman sirtida subgarmonik funksiyaning yuqoridan chegaralangan ekanligidan uning o‘zgarmas funksiya ekani kelib chiqsa, bunday Riman sirti *parabolik Riman sirti* deyiladi.

Parabolik bo‘lmagan barcha ochiq Riman sirtlariga giperbolik deyiladi.

L.Ahlfors va L.Sario [1] tomonidan ochiq Riman sirti parabolik bo‘lishi shartlari keltirilgan.

1-teorema. *Quyidagi shartlardan bittasi bajarilsa Riman sirti parabolik bo‘ladi: 1) ideal chegaraning garmonik o‘lchovi nolga teng bo‘lsa; 2) maksimum prinsipi bajarilsa; 3) Grin funksiyasi mavjud bo‘lmasa.*

Parabolik Riman sirtlarida Grin funksiyasining mavjud emasligi eng muhim xususiyatdir.

ξ Qutb nuqta va Ω soha uchun ξ nuqtani o‘z ichiga olgan holda, $g_\Omega(z,\xi)$ Grin funksiyasi $\log|z-\xi|$ singularlik va chegarada nolga teng garmonik funksiya sifatida aniqlanadi.

Grin funksiyasini boshqacha ta’rifini keltiramiz.

2-ta’rif. W Riman sirt bo‘lsin va W unda quyidagi shartlarni qanoatlantiradigan shunday $g(z,\xi)$ funksiyasi mavjud bo‘lsin:

a) $g(\cdot,\xi)$ funksiya $W-\xi$ da musbat garmonik funksiya;

b) $g(z,\xi)+\log|z-\xi|$ funksiya ξ nuqtaga garmonik davom qiladi;

c) $g(\cdot,\xi) \geq u \geq 0$ bo‘lsa har qanday u chegaralangan garmonik funksiya nolga teng bo‘ladi.

U holda $g(\cdot,\xi)$ funksiya ξ qutbli W sirt uchun ***Grin funksiyasi*** deyiladi.

1. **Riman sirtini parabolikka tekshirish. Garmonik o‘lchov.** Bizga biror W ochiq Riman sirti berilgan bo‘lsin.

3-ta’rif. Agar shunday $\rho(z) \in sh(D): \rho(z) < 0, \lim\limits_{z \to \partial D} \rho(z) = 0$ shartni qanoatlantiruvchi subgarmonik funksiyalar mavjud bo‘lsa, $D \subset W$ soha regular soha deyiladi.

Agar $\rho(z)$ subgarmonik funksiya $D = \{z \in W : \rho(z) < 0\}$ sohaning biror $\widehat{D} \supset \overline{D}$ atrofida uzluksiz bo‘lsa, $D \subset W$ sohaga kuchli regular yoki kuchli psevdoqavariq deyiladi.

4-ta’rif. Tayinlangan $E \subset D$ to‘plam uchun $\mathfrak{A}(E,D) = \{u \in sh(D): u|_E \leq -1, u|_D \leq 0\}$ sinfni qaraylik.

Ushbu

$h(z,E,D)=\sup\limits_{u\in\mathfrak{A}(E,D)}u(z)$ funksiyaning regularizatsiyalangan $h^*(z,E,D)=\overline{\lim\limits_{w\to z}}h(w,E,D)$ funksiyasiga E to‘plamnimng D sohaga nisbatan garmonik o‘lchovi deyiladi.

Garmonik o‘lchovning xossalari.

1. $h^*(z,E,D)\in sh(D)\cap h(D\setminus\overline{E})$ munosabat o‘rinli.

Isbot. $h^*\left(z,E,D\right)$ funksiyaning subgarmonikligi aniq. $h^*\left(z,E,D\right)$ funksiya $D\setminus\overline{E}$ da garmonik bo‘lishini isbotlaymiz. Bunda biz Shoke lemmasidan foydalanamiz. $\left\{u_j\right\}\subset\mathfrak{A}(E,D)$ funksiyalar sanoqli oilasi majud bo‘lib, $u\left(z\right)=\sup\limits_j u_j(z)$ bo‘ladi. U holda $u^*\left(z\right)=h^*(z,E,D)$ bo‘ladi. Biz ush-bu

$$v_i(z)=\sup\left\{u_1(z),\ldots,u_i(z)\right\}\in\mathfrak{A}(E,D)$$

ketma-ketlikni tuzib olamiz. $v_i(z)$ ketma-ketlik $i\to\infty$ o‘sib boradi va $\sup\limits_j u_j(z)$ ga yaqinlashadi. Endi biz $B\subset\subset D\setminus\overline{E}$ atrofni (psevdodiskni) tayinlaymiz va $\mathfrak{A}(E,D)$ sinfga tegishli bo‘lgan $h_i(z)$ subgarmonik funksiyalarni quyidagicha quramiz:

$$h_i(z)=\begin{cases}\int_{\partial B}v_i(\zeta)P(z-\zeta)d\sigma(\zeta), & \text{agar z}\in B,\\ v_i(z), & \text{agar z}\in D\setminus B.\end{cases}$$

$h_i(z)$ funksiya B da garmonik va o‘suvchi ketma-ketlik. Xarnak teoremasiga ko‘ra, $\lim\limits_{i\to\infty}h_i(z)$ ham B da garmonik. Maksimum prinsipiga ko‘ra, $h_i(z)\geq v_i(z)$, shuning uchun $h_i\left(z\right)\in\mathfrak{A}(E,D)$ va $h_i\left(z\right)\leq h\left(z,E,D\right)$. Demak, $\lim\limits_{i\to\infty}h_i(z)=\sup v_i(z)=\sup u_i\left(z\right)=h(z,E,D),\ \ h^*(z,E,D)$ funksiya B diskda garmonik funksiya bo‘ladi.

2. Monotonlik xossasi. Agar $E_1\subset E_2$ bo‘lsa, u holda $h^*(z,E_1,D)\geq h^*(z,E_2,D)$ bo‘ladi; agar $E\subset D_1\subset D_2$ bo‘lsa, u holda $h^*(z,E,D_1)\geq h^*(z,E,D_2)$ bo‘ladi.

3. Agar $K\subset\subset D$ bo‘lsa, u holda $\lim\limits_{\omega\to\partial D}h^*\left(z,K,D\right)=0$ bo‘ladi.

4. $K\subset D$ kompakt regular bo‘lsa, u holda $h^*(z,K,D)\equiv h(z,K,D)$ bo‘ladi.

Isbot. 3-xossaga ko‘ra, $\lim\limits_{\omega\to\partial D}h^*(z,K,D)=0$. $\varepsilon>0$ sonni tayinlaymiz va unga, mos ravishda, $G_\varepsilon=\left\{z\in D:h^*(z,E,D)<-\varepsilon\right\}\subset\subset D$ sohani tuzamiz. U holda, approksimatsiya teoremasiga ko‘ra, $u_j\left(z\right)\in sh(G)\bigcap C^\infty(\overline{G})$ funksiyalar ketma ketligi mavjud bo‘lib, bunda $G_\varepsilon\subset\subset G\subset\subset D$,

$$u_j(z)\downarrow h^*(z)\quad\forall z\in G$$

bo‘ladi. Xartogs lemmasini $\overline{G}_\varepsilon\subset G$ juftligiga qo‘llaymiz va shunday j_1 soni mavjudki, $u_j\left(z\right)<\varepsilon,\forall j\geq j_1,z\in\overline{G}_\varepsilon$ bo‘ladi. Boshqa tomonda Xartogs lemmasini $K\subset U_\varepsilon$ uchun qo‘llaymiz, bunda $U_\varepsilon=\left\{h^*\left(z\right)<-1+\varepsilon\right\}$. Biz $\exists j_2\in N$ olamizki, $u_j\left(z\right)\leq-1+2\varepsilon,\ \forall z\in K$ bo‘ladi. Bundan

$$v(z)=\begin{cases}\max\left\{u_j(z)-2\varepsilon,h^*(z)\right\}, & \text{agar z}\in G_\varepsilon,\\ h^*(z), & \text{agar z}\in D\setminus G_\varepsilon.\end{cases}$$

funksiya $j \geq j_0 = \max\{j_1, j_2\}$ da $v(z)$ funksiyasi D da subgarmonik (ya'ni $v \in sh(D)$) bo'ladi va $v|_K \leq -1, \quad v|_D \leq 0$ o'rinli bo'ladi.

Shuning uchun $v(z) \in \mathfrak{A}(K, D), \quad$ va $\quad v(z) \leq h^*(z).$

Bundan quyidagi tengsizlik kelib chiqadi:

$$u_j(z) - 2\varepsilon \leq h^*(z) \leq u_j(z), \quad \forall j \geq j_0, z \in G_\varepsilon.$$

Bu tengsizlik shuni ko'rsatadiki, $u_j(z)$ funksiyalar ketma-ketligi $h^*(z)$ funksiyaga D ning kompakt to'plamida tekis yaqinlashadi, ya'ni $h^*(z)$ funksiya D sohada uzluksiz bo'ladi.

5. Agar $U \subset D$ ochiq to'plam bo'lib, $U = \bigcup_{j=1}^{\infty} K_j$, $K_j \subset K_{j+1}$ bo'lsa, u holda $h^*(z, K_j, D) \downarrow h^*(z, U, D)$ bo'ladi.

6. $h^*(z, E, D)$ garmonik o'lchov yoki hech qayerda nolga teng emas, yoki u aynan nolga teng bo'ladi. $h^*(z, E, D) \equiv 0$ bo'lishi uchun E to'plam D da polyar bo'lishi zarur va yetarli.

7. ***Ikki konstanta haqidagi teorema.*** Agar $h^*(z)$ funksiya $D \subset W$ da subgarmonik va $u|_D \leq M, u|_E \leq m$, $E \subset D$ bo'lsa, u holda barcha $z \in D$ uchun

$$u(z) \leq M\left(1 + h^*(z, E, D)\right) - mh^*(z, E, D)$$

tengsizlik bajariladi.

2-teorema. *Agar W Riman sirtida aniqlangan shunday $\rho(z)$ subgarmonik funksiya mavjud bo'lib, bu funksiya biror $K \subset W$ kompaktdan tashqarida garmonik va istalgan haqiqiy c soni uchun $E_c = \{z \in W : \rho(z) < c\} \subset\subset W$ munosabat bajarilsa, u holda W Riman sirti parabolik bo'ladi, ya'ni W da yuqoridan chegaralangan har qanday subgarmonik funksiya, albatta, o'zgarmas bo'ladi.*

Isboti. W Riman sirtida aniqlangan shunday $\rho(z)$ subgarmonik funksiya mavjud bo'lib, bu funksiya biror $K \subset W$ kompaktdan tashqarida garmonik va istalgan haqiqiy c soni uchun $E_c = \{z \in W : \rho(z) < c\} \subset\subset W$ munosabat bajarilsin. Aksincha, faraz qilaylik, shunday $u(z) \in sh(W)$ funksiya topilib, $u(z) \not\equiv const$ va $u(z) \leq M$ bo'lsin. Ushbu $B_r = \{z \in W : \rho(z) < \ln r\} \subset\subset W$ psevdodoirani qaraymiz. $\rho_r = \max_{\overline{B}_r} \rho(z)$, $u_r = \max_{\overline{B}_r} u(z)$, $u_r \leq M$ belgilashlarni olamiz va $K \subset B_r$ munosabat bajariladigan $r < r' < R < \infty$ musbat haqiqiy sonlarni tayinlab olamiz. U holda ushbu garmonik o'lchovga ega bo'lamiz:

$$h(z, \overline{B}_r, B_R) = \sup\left\{-1, \frac{\rho(z) - \rho_R}{\rho_R - \rho_r}\right\}. \tag{1}$$

Shuni ta'kidlab o'tish joizki, $u(z) \leq u_r$, $z \in \overline{B}_r$ va $u(z) \leq u_R$, $z \in \overline{B}_R$ ekanidan ikki o'zgarmas haqidagi teoremaga asosan,

$$u(z) \leq u_R \cdot \left(1 + h(z, \overline{B}_r, B_R)\right) - u_r \cdot h(z, \overline{B}_r, B_R).$$

Bu yerda (1) ni qo'ysak, barcha $z \in \overline{B}_r$ uchun

$$u_{r'} \leq \left(1 + \frac{\rho_{r'} - \rho_R}{\rho_R - \rho_r}\right) u_R - \frac{\rho_{r'} - \rho_R}{\rho_R - \rho_r} u_r.$$

tengsizlik hosil bo'ladi.

$u(z)$ funksiya W da chegaralangan ekanidan, $u_R \le M$ bo'ladi va $R \to \infty$ da $u_{r'} \le u_r$ tengsizlik hosil bo'ladi. Bundan maksimum prinsipiga ko'ra,

B_r psevdodoirada $u(z) \equiv const$ bo'ladi. $r < \infty$ ixtiyoriy tayinlangan son bo'lgani uchun butun W da $u(z) \equiv const$ bo'ladi. *Teorema isbot bo'ldi.*

Ushbu teoremadan foydalanib, quyidagi kriteriyni isbotlash mumkin. W parabolik Riman sirtini qoplab boruvchi ixtiyoriy $D_1 \subset D_2 \subset \ldots \subset D_j \subset \ldots$ sohalar ketma-ketligi berilgan bo'lsin: $W = \bigcup_j D_j$. Polyar bo'lmagan $K \subset D_1$ kompakt to'plam uchun $h^*(z, K, D_j)$ garmonik o'lchovlar ketma-ketligini tuzib olamiz. Monotonlik xossasidan

$$h^*(z, K, D_1) \ge h^*(z, K, D_2) \ge \ldots \ge h^*(z, K, D_j) \ge \ldots,$$

munosabatga ega bo'lamiz va natijada ushbu

$$h(z, K) = \lim_{j \to \infty} h^*(z, K, D_j)$$

limit mavjud. Aniqlanishiga ko'ra, $h(z, K)$ subgarmonik funksiya bo'ladi va u chegaralangan, ya'ni $-1 \le h(z, K) \le 0$, demak, Riman sirti parabolik ekanidan $h(z, K) \equiv -1$ bo'ladi. Ushbu $h(z, K) \equiv -1$ tenglikni paraboliklik kriteriysi sifatida ham olish mumkin, ya'ni ushbu tasdiq o'rinli.

3-teorema. *Ochiq W Riman sirti parabolik bo'lishi uchun polyar bo'lmagan har qanday $K \subset W$ kompakt uchun $h(z, K) \equiv -1$ tenglik bajarilishi zarur va yetarli.*

2. Evans-Selberg potensiali. L.Sario, M.Nakai [2] monografiyasida ochiq Riman sirtlarining parabolik bo'lishining muhim xarakteristikalaridan biri bu Evans-Selberg potensiallarining mavjudligi ta'kidlanadi.

Agar W Riman sirtida aniqlangan haqiqiy qiymatli $h(z)$ funksiya quyidagi 3 ta xossaga ega bo'lsa, ya'ni:

1. $h(z)$ funksiya W Riman sirtida ξ nuqtadan tashqari barcha nuqtada garmonik bo'lsa.
2. $h(z) - \log|z - \xi|$ funksiyani ξ nuqtaning o'yilgan atrofidan ξ nuqtaga garmonik davom qildirish mumkin bo'lsa.
3. z nuqta W sirtning Aleksandrov ideal chegaraviy nuqtasi a_∞ nuqtaga intilganda, $h(z)$ funksiya qiymati $+\infty$ ga intilsa;

$h(z)$ funksiyaga Evans-Selberg potensiali deyiladi.

Ushbu funksiya biz yuqorida ko'rib chiqqan maxsus qamrov funksiyasini eslatadi. Haqiqatan ham, parabolik Riman sirtlari uchun bu kabi maxsus qamrov funksiyasini mavjudligi nafaqat yetarli, balki muhim zaruriy jihat hisoblanar ekan.

4-teorema. *Har qanday W parabolik Riman sirtida Evans-Selberg potensiali mavjud bo'ladi.*

3. Grin funksiyasi. W parabolik Riman sirti, ρ undagi potensial funksiya bo'lsin. Quyidagi to'plamni qaraymiz:

$$L = \{u \in sh(W) : u \le c_u + \rho^+(z)\}$$

5-ta'rif. $K \subset W$ ixtiyoriy kompakt to'plam bo'lsin. Quyidagi funksiyani olamiz:

$$g_\rho(z, K) = \sup\{u(z) \in L(K) : u|_K \le 0\}.$$

U holda,

$$g_\rho^*(z, K) = \overline{\lim_{w \to z}} g(z, K)$$

regularizatsiyaga ρ-Grin funksiyasi deyiladi.

6-ta'rif. $g_\rho^*(z^0,K)=0$ tenglik o'rinli bo'ladigan z^0 nuqtaga regular nuqta deyiladi. Har bir $z^0\in K$ nuqtasi regular bo'lgan K kompaktga regular kompakt to'plam deyiladi.

ρ-Grin funksiyasi quyidagi xossalarga ega:

1. K kompakt faqat va faqat $g_\rho^*(z,K)\equiv+\infty$ bo'lganda, polyar to'plam bo'ladi.
2. K kompakt polyar to'plam bo'lmasa, u holda $g_\rho^*(z,K)<+\infty$ bo'ladi.
3. $\forall K_1\subset K_2$ kompakt uchun $g_\rho^*(z,K_1)\geq g_\rho^*(z,K_2)$ o'rinli bo'ladi.
4. K regular kompakt bo'lsa, u holda $g_\rho^*(z,K)$ Grin funksiyasi uzluksiz bo'ladi, ya'ni

$$g_\rho^*(z,K)\equiv g_\rho(z,K)$$

4-xossa isboti. Buning uchun biz $u_j\downarrow g_\rho^*(z,K)$ standart approksimatsiyadan foydalanamiz. $g_\rho^*(z,K)=0$ bo'lgani uchun $\forall\varepsilon>0$ son uchun $\{g_\rho^*(z,K)<\varepsilon\}\supset K$ to'plam ochiq. Demak, Xartogs lemmasiga ko'ra, shunday $j_0\in N$ mavjud va $u_j(z)<2\varepsilon$, $\forall z\in K$, $j>j_0$. Bu yerdan $u_j-2\varepsilon\in L(K)$ va $u_j-2\varepsilon\leq g_\rho^*(z,K)\leq u_j$, $j>j_0$ bo'ladi. Demak, u_j ketma-ketlik $g_\rho^*(z,K)$ funksiyaga tekis yaqinlashadi va $g_\rho^*(z,K)\equiv g_\rho(z,K)$ o'rinli bo'ladi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

(1). Ahlfors L.V., Sario L., Riemann Surfaces, Princeton University Press, 1960.
(2). Sario L., Nakai M., Classification theory of Riemann surfaces, Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH, 1970.
(3). Springer G., Introduction to Riemann surfaces. Addison-Wesley Publishing Company, 1957.
(4). Садуллаев А., Теория потенциала. Применения. Palmarium Academic Publishing, 2012.
(5). Kuroda S., Harmonic and Subharmonic Functions on Riemann Surfaces. North-Holland Publishing, 1975.
(6). Laasonen M., Potential Theory on Riemann Surfaces. Springer-Verlag, 1985.
(7). Evans L. C., Gariepy R. F., Measure Theory and Fine Properties of Functions. CRC Press, 1992.
(8). Krantz S. G., Function Theory of Several Complex Variables. AMS Chelsea Publishing, 1992.
(9). Forster O., Lecture on Riemann Surfaces. Springer-Verlag New York Heidelberg Berlin, 1981.
(10). Farkas H.M., Kra I., Riemann Surfaces. Springer-Verlag New York Heidelberg Berlin, 1980.
(11). Gunning R.C. Function theory on compact Riemann surfaces. Princeton University Press, 2008.

Курбонбоева Мохина Зокир кизи (преподаватель, Ургенчский государственный университет имени Абу Райхана Беруни, Хорезм, Узбекистан; e-mail: mohina@urdu.uz)

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ ARIMA, LSTM И XGBOOST ПРИ ПРОГНОЗИРОВАНИИ КУРСА ВАЛЮТЫ USD/UZS

Аннотация. *Настоящая статья посвящена сравнительному анализу современных методов математического моделирования, применяемых для прогнозирования временных рядов, в частности, курса валют USD/UZS. В фокусе исследования находятся три модели: ARIMA (авторегрессия, интеграция, скользящее среднее), LSTM (долгая краткосрочная память) и XGBoost (градиентный бустинг). Каждая из моделей представлена с теоретической точки зрения, включая математическую формализацию, структуру и подход к моделированию. Эмпирический анализ выполнен на основе реальных статистических данных по курсу USD/UZS за период январь–март 2025 года. Для количественной оценки точности прогнозов использованы ключевые метрики ошибок: MSE, RMSE и MAE, с визуализацией результатов в виде графиков. Согласно результатам, модель XGBoost показала наименьшие значения ошибок и наилучшую предсказательную способность с точки зрения прикладного математического моделирования. Полученные выводы подчеркивают важность интеграции математических методов в экономические прогнозы и могут быть полезны для исследователей, аналитиков и специалистов в области экономико-математического моделирования.*