6-ta'rif. $g_\rho^*(z^0,K)=0$ tenglik o'rinli bo'ladigan z^0 nuqtaga regular nuqta deyiladi. Har bir $z^0\in K$ nuqtasi regular bo'lgan K kompaktga regular kompakt to'plam deyiladi.

ρ-Grin funksiyasi quyidagi xossalarga ega:

1. K kompakt faqat va faqat $g_\rho^*(z,K)\equiv+\infty$ bo'lganda, polyar to'plam bo'ladi.
2. K kompakt polyar to'plam bo'lmasa, u holda $g_\rho^*(z,K)<+\infty$ bo'ladi.
3. $\forall K_1\subset K_2$ kompakt uchun $g_\rho^*(z,K_1)\geq g_\rho^*(z,K_2)$ o'rinli bo'ladi.
4. K regular kompakt bo'lsa, u holda $g_\rho^*(z,K)$ Grin funksiyasi uzluksiz bo'ladi, ya'ni

$$g_\rho^*(z,K)\equiv g_\rho(z,K)$$

4-xossa isboti. Buning uchun biz $u_j\downarrow g_\rho^*(z,K)$ standart approksimatsiyadan foydalanamiz. $g_\rho^*(z,K)=0$ bo'lgani uchun $\forall\varepsilon>0$ son uchun $\{g_\rho^*(z,K)<\varepsilon\}\supset K$ to'plam ochiq. Demak, Xartogs lemmasiga ko'ra, shunday $j_0\in N$ mavjud va $u_j(z)<2\varepsilon$, $\forall z\in K$, $j>j_0$. Bu yerdan $u_j-2\varepsilon\in L(K)$ va $u_j-2\varepsilon\leq g_\rho^*(z,K)\leq u_j$, $j>j_0$ bo'ladi. Demak, u_j ketma-ketlik $g_\rho^*(z,K)$ funksiyaga tekis yaqinlashadi va $g_\rho^*(z,K)\equiv g_\rho(z,K)$ o'rinli bo'ladi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

(1). Ahlfors L.V., Sario L., Riemann Surfaces, Princeton University Press, 1960.
(2). Sario L., Nakai M., Classification theory of Riemann surfaces, Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH, 1970.
(3). Springer G., Introduction to Riemann surfaces. Addison-Wesley Publishing Company, 1957.
(4). Садуллаев А., Теория потенциала. Применения. Palmarium Academic Publishing, 2012.
(5). Kuroda S., Harmonic and Subharmonic Functions on Riemann Surfaces. North-Holland Publishing, 1975.
(6). Laasonen M., Potential Theory on Riemann Surfaces. Springer-Verlag, 1985.
(7). Evans L. C., Gariepy R. F., Measure Theory and Fine Properties of Functions. CRC Press, 1992.
(8). Krantz S. G., Function Theory of Several Complex Variables. AMS Chelsea Publishing, 1992.
(9). Forster O., Lecture on Riemann Surfaces. Springer-Verlag New York Heidelberg Berlin, 1981.
(10). Farkas H.M., Kra I., Riemann Surfaces. Springer-Verlag New York Heidelberg Berlin, 1980.
(11). Gunning R.C. Function theory on compact Riemann surfaces. Princeton University Press, 2008.

Курбонбоева Мохина Зокир кизи (преподаватель, Ургенчский государственный университет имени Абу Райхана Беруни, Хорезм, Узбекистан; e-mail: mohina@urdu.uz)

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ ARIMA, LSTM И XGBOOST ПРИ ПРОГНОЗИРОВАНИИ КУРСА ВАЛЮТЫ USD/UZS

Аннотация. *Настоящая статья посвящена сравнительному анализу современных методов математического моделирования, применяемых для прогнозирования временных рядов, в частности, курса валют USD/UZS. В фокусе исследования находятся три модели: ARIMA (авторегрессия, интеграция, скользящее среднее), LSTM (долгая краткосрочная память) и XGBoost (градиентный бустинг). Каждая из моделей представлена с теоретической точки зрения, включая математическую формализацию, структуру и подход к моделированию. Эмпирический анализ выполнен на основе реальных статистических данных по курсу USD/UZS за период январь–март 2025 года. Для количественной оценки точности прогнозов использованы ключевые метрики ошибок: MSE, RMSE и MAE, с визуализацией результатов в виде графиков. Согласно результатам, модель XGBoost показала наименьшие значения ошибок и наилучшую предсказательную способность с точки зрения прикладного математического моделирования. Полученные выводы подчеркивают важность интеграции математических методов в экономические прогнозы и могут быть полезны для исследователей, аналитиков и специалистов в области экономико-математического моделирования.*

***Ключевые слова**: математическое моделирование, временные ряды, прогнозирование валютного курса, модель ARIMA, LSTM, XGBoost, метрики точности (MSE, RMSE, MAE), USD/UZS, экономический анализ, прикладная математика.*

Qurbonboyeva Mohina Zokir qizi (O‘qituvchi, Abu Rayhon Beruniy nomidagi Urganch davlat universiteti, Xorazm, O‘zbekiston; e-mail: mohina@urdu.uz)

USD/UZS VALUTA KURSINI BASHORAT QILISHDA ARIMA, LSTM VA XGBOOST MODELLARI ASOSIDA SOLISHTIRMA TAHLIL

***Annotatsiya.** Ushbu maqolada valuta kursining vaqt bo‘yicha o‘zgarishini modellashtirish va bashorat qilishda qo‘llaniladigan zamonaviy matematik modellarning taqqoslamali tahlili keltirilgan. Xususan, ARIMA (autoregressiv integrallashgan harakatlanuvchi o‘rtacha), LSTM (long short-term memory) va XGBoost (gradientli kuchaytirish) modellarining nazariy asoslari bayon etilib, ularning matematik ifodasi, tuzilmasi va amaliy imkoniyatlari ko‘rib chiqiladi. Modellarning samaradorligi 2025-yil yanvar–mart oylari uchun USD/UZS valyuta kursi bo‘yicha haqiqiy statistik ma’lumotlar asosida baholangan. Har bir model bo‘yicha MSE, RMSE va MAE kabi asosiy xatolik metrikalari hisoblab chiqilgan va ularning grafigi chizilgan. Tahlil natijalariga ko‘ra, XGBoost modeli matematik modellashtirish nuqtayi nazaridan eng aniqligi yuqori natijalarni ko‘rsatdi. Ushbu ilmiy ish iqtisodiy jarayonlarni bashorat qilishda matematik modellashtirish yondashuvlarining rolini ochib beradi hamda iqtisodchilar va tahlilchilar uchun amaliy ahamiyatga ega bo‘ladi.*

***Kalit so‘zlar:** matematik modellashtirish, vaqt qatorlari, valuta kursini bashorat qilish, ARIMA modeli, LSTM, XGBoost, aniqlik metrikalari (MSE, RMSE, MAE), USD/UZS, iqtisodiy tahlil, amaliy matematika.*

Kurbanboyeva Mokhina Zokir qizi (Lecturer, Urgench State University named after Abu Rayhon Beruni, Khorezm, Uzbekistan; e-mail: mohina@urdu.uz)

COMPARATIVE ANALYSIS OF ARIMA, LSTM AND XGBOOST MODELS IN FORECASTING THE USD/UZS EXCHANGE RATE

***Annotation.** This article presents a comparative analysis of modern mathematical modeling methods applied to time series forecasting of the USD/UZS exchange rate. The study focuses on three models: ARIMA (AutoRegressive Integrated Moving Average), LSTM (Long Short-Term Memory), and XGBoost (Extreme Gradient Boosting). Each model is discussed from a theoretical perspective, including its mathematical formulation, structure, and modeling approach. The empirical evaluation is based on real exchange rate data from January to March 2025. Key error metrics such as MSE, RMSE, and MAE are calculated for each model, and the results are visualized. According to the analysis, the XGBoost model demonstrates the lowest error rates and the highest forecasting accuracy from a mathematical modeling standpoint. The findings highlight the importance of applying mathematical methods in economic forecasting and may be useful for researchers, analysts, and specialists in economic and financial modeling.*

***Keywords:** mathematical modeling, time series, exchange rate forecasting, ARIMA model, LSTM, XGBoost, accuracy metrics (MSE, RMSE, MAE), USD/UZS, economic analysis, applied mathematics*

Введение. Прогнозирование валютных курсов является одной из ключевых задач экономико-математического моделирования. Точный прогноз обменного курса имеет важное значение для планирования в государственном и частном секторах, управления инфляцией, формирования валютной политики и минимизации финансовых рисков. Особенно актуальной данная задача становится в условиях макроэкономической нестабильности и нарастающих глобальных вызовов.

В эпоху цифровизации и стремительного увеличения объёмов данных математическое моделирование становится эффективным инструментом количественного анализа и прогнозирования сложных экономических процессов. Особое внимание при этом уделяется моделям временных рядов, таким как ARIMA, LSTM и XGBoost, сочетающим в себе как классические, так и современные подходы к анализу данных.

Основная цель настоящей статьи заключается в сравнительной оценке прогностической точности вышеуказанных моделей для краткосрочного прогнозирования курса USD/UZS. В качестве базы для анализа использованы реальные статистические данные за январь–март 2025 года, с целью выявления наиболее эффективной модели.

1. Теоретическая основа моделей.

1.1 Модель ARIMA.

Модель ARIMA (AutoRegressive Integrated Moving Average) – это классический подход к анализу временных рядов, объединяющий авторегрессию, интеграцию и скользящее среднее. Общая форма ARIMA (p,d,q):

$$Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t$$

- $\mathbf{Y_t}$ – значение временного ряда в момент времени *t*.
- **c** – константа (свободный член модели).
- ϕ_i – коэффициенты авторегрессии (AR), отражают влияние прошлых значений ряда.
- θ_j – коэффициенты скользящего среднего (MA), отражают влияние прошлых ошибок.
- ε_t – случайная ошибка (white noise) в момент времени *t*.

Модель LSTM. LSTM (Long Short-Term Memory) – это тип рекуррентной нейронной сети, специально разработанный для улавливания долгосрочных зависимостей в последовательных данных. LSTM-сети эффективно обрабатывают длительные зависимости, что делает их мощным инструментом для финансового прогнозирования. Модель LSTM (Long Short-Term Memory) представляет собой разновидность рекуррентных нейронных сетей (RNN), которая предназначена для обработки и прогнозирования временных рядов с учётом долгосрочных зависимостей.

В отличие от стандартных RNN, LSTM обладает специальной архитектурой с так называемыми «вратами» (гейтами), которые управляют потоком информации. Основными компонентами модели являются ворота забывания, входа и выхода, а также обновление состояния памяти.

Ниже приведены основные математические выражения, описывающие работу модели LSTM.

Формула забывающего входа (Forget Gate):

$$f_t = \sigma(W_f \cdot [h_{t-1}, x_t] + b_f)$$

• f_t – вектор забывания; определяет, какую информацию удалить из памяти.
• σ – сигмоидная функция активации.
• h_{t-1} – скрытое состояние предыдущего шага.
• x_t – входной вектор в момент t.
• W_f – матрица весов забывающего входа.
• b_f – вектор смещений забывающего входа.

Формула кандидата на новое состояние памяти:

$$\tilde{C}_t = \tanh(W_C \cdot [h_{t-1}, x_t] + b_C)$$

• W_c – матрица весов генератора кандидата.
• b_c – вектор смещений генератора кандидата.

Обновление состояния памяти (Cell State):

$$C_t = f_t \cdot C_{t-1} + i_t \cdot \tilde{C}_t$$

• C_t — новое состояние памяти
• C_{t-1} – предыдущее состояние памяти

Формула выходного входа (Output Gate):

$$o_t = \sigma(W_o \cdot [h_{t-1}, x_t] + b_o)$$

• o_t – показывает, что будет выходом
• W_o – матрица весов выходного входа
• b_o – вектор смещений выходного входа

Формула скрытого состояния (Hidden State):

$$h_t = o_t \cdot \tanh(C_t)$$

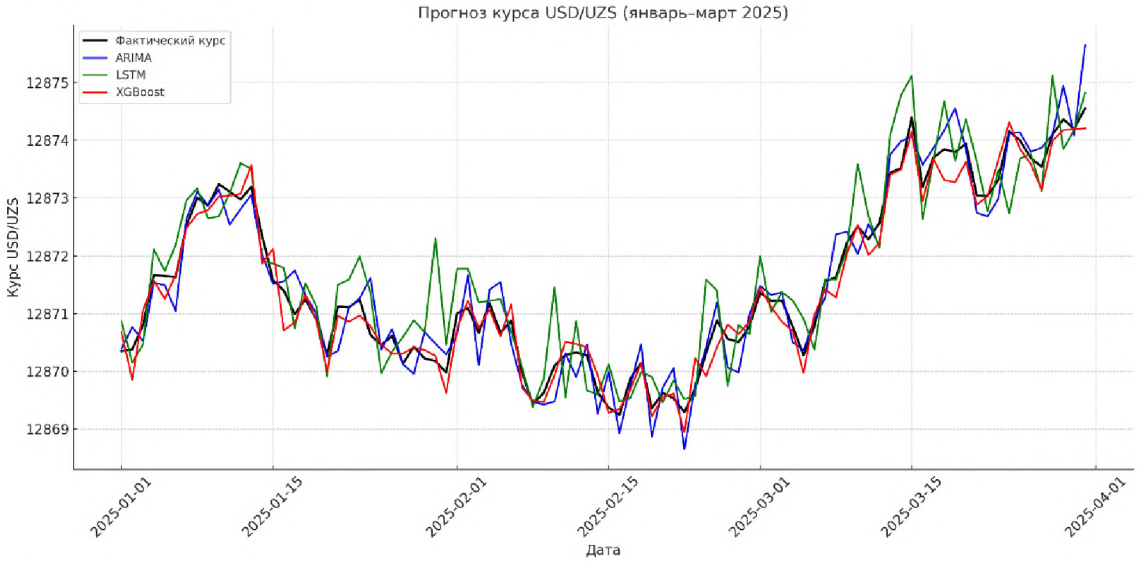
Модель XGBoost. XGBoost (Extreme Gradient Boosting) – мощный алгоритм градиентного бустинга, отличающийся высокой скоростью и точностью прогнозов, особенно на табличных данных. В прогнозировании временных рядов XGBoost используется для предсказания на основе признаков, извлечённых из временных данных.

$$\hat{y}_t = \sum_{k=1}^{n} f_k(x_t), \quad f_k \in \mathcal{F}$$

• $\hat{y}_t$ – прогнозируемое значение на шаге t.
• **n** – количество деревьев в ансамбле.
• $f_k(x_t)$ – предсказание k-го дерева для объекта x_t.
• **F** – пространство возможных деревьев решений (например, CART).
Функция потерь, минимизируемая в XGBoost:
$L(\phi) = \sum_t l(y_t, \hat{y}_t) + \sum_k \Omega(f_k)$.
• $l(y_t, \hat{y}_t)$ – функция ошибки между реальным и прогнозируемым значением.
• $\Omega(f_k)$ – регуляризатор, ренализирующий сложность дерева f_k.

Методология и данные. Для анализа были использованы данные по курсу USD/UZS за период с января по март 2025 года. Каждая модель обучалась на одних и тех же данных и тестировалась по метрикам MSE, RMSE и MAE.

Визуализация прогнозов



Метрики оценки точности прогноза включают численные показатели отклонения между фактическими и предсказанными значениями.

MSE (Mean Squared Error). Среднеквадратическая ошибка измеряет среднее значение квадратов отклонений прогноза от фактических данных:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2$$

RMSE (Root Mean Squared Error). Корень из среднеквадратической ошибки отображает масштаб ошибки в тех же единицах, что и данные:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2}$$

MAE (Mean Absolute Error). Средняя абсолютная ошибка – это среднее значение абсолютных отклонений между предсказанными и реальными значениями:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} |y_i - \hat{y}_i|$$

Ниже приведены значения метрик MSE, RMSE и MAE для моделей ARIMA, LSTM и XGBoost, рассчитанные на основе прогноза курса USD/UZS за период январь–март 2025 года. Эти данные отражают качество моделей на реальном интервале времени.

Модель	MSE	RMSE	MAE
ARIMA	0.147579	0.384160	0.301899
LSTM	0.324405	0.569566	0.448367
XGBoost	0.065491	0.255912	0.206883

Заключение. Результаты анализа показывают, что все три модели – ARIMA, LSTM и XGBoost — способны прогнозировать курс USD/UZS с приемлемой точностью в краткосрочном периоде. Однако на основе данных за январь–март 2025 года модель XGBoost продемонстрировала наименьшие значения ошибок: MSE = 0.065, RMSE = 0.256, MAE = 0.207. Это указывает на её высокую способность к точному прогнозированию при наличии умеренного объёма данных. Следовательно, XGBoost может быть предпочтительной моделью для задач экономико-математического моделирования валютных курсов.

Список использованных источников:

(1). Box G.E.P., Jenkins G.M., Reinsel G.C. Time Series Analysis: Forecasting and Control. 5-е изд. Wiley, 2015.

(2). Hochreiter S., Schmidhuber J. Long Short-Term Memory. Neural Computation. 1997, T. 9, № 8, с. 1735–1780.

(3). Chen T., Guestrin C. XGBoost: A Scalable Tree Boosting System. Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD Conference. 2016, с. 785–794.

(4). Hyndman R.J., Athanasopoulos G. Forecasting: Principles and Practice. 2-е изд. OTexts, 2018.

(5). Brownlee J. Deep Learning for Time Series Forecasting. Machine Learning Mastery, 2020.

(6). Zhang G.P. Time series forecasting using a hybrid ARIMA and neural network model. Neurocomputing. 2003, T. 50, с. 159–175.

(7). Friedman J., Hastie T., Tibshirani R. The Elements of Statistical Learning. Springer, 2001.

(8). Abadi M. и др. TensorFlow: A system for large-scale machine learning. 12-я конференция USENIX по проектированию операционных систем. 2016. с. 265–283.

(9). Raschka S., Mirjalili V. Python Machine Learning. 3-е изд. “Packt Publishing”, 2022.

(10). Центральный банк Республики Узбекистан. Официальные курсы валют (USD/UZS), 2024–2025. – URL: https://www.cbu.uz

Matyakubov Zokirbek Qadamovich (Urganch davlat universiteti “Matematik tahlil” kafedrasi dotsenti; E-mail: zokirbekmatyakubov@gmail.com),
Raximboyeva Hurmatoy Qaxramon qizi (Urganch davlat universiteti magistratura talabasi; E-mail: hurmatoy_0504@icloud.com)

MATRITSAVIY YUQORI YARIM TEKISLIKLAR DEKART KO‘PAYTMASIDA INTEGRAL FORMULA

Annotatsiya. *Matritsaviy yuqori yarim tekislik chegaralanmagan soha hisoblanadi, lekin bu sohada ham Karleman formulasini topish masalasi muhim rol o‘ynaydi. Ushbu maqolada* $\mathbb{C}^n\left[m \times m\right]$ *fazoda matritsaviy yuqori yarim tekisliklarning dekart ko‘paytmasi uchun Karleman formulasi isbotlangan.*

Kalit so‘zlar: *matritsaviy yuqori yarim tekislik, matritsaviy polidoira, Hardi sinfi, matritsaviy birlik polidoira avtomorfizmi.*

Матякубов Зокирбек Кадамович (доцент кафедры математического анализа Ургенчского государственного университета),
Рахимбаева Хурматой Кахрамон кизи (магистрант Ургенчского государственного университета)

ИНТЕГРАЛЬНАЯ ФОРМУЛА В ДЕКАРТОВОМ ПРОИЗВЕДЕНИИ МАТРИЧНЫХ ВЕРХНИХ ПОЛУПЛОСКОСТЕЙ

Аннотация. *Матричная верхняя полуплоскость является неограниченной областью, однако задача нахождения формулы Карлемана в этой области играет важную роль. В данной статье*