[4]. Bei Cai, Lindsay A. Mainhood, Ryan Groome, Corinne Laverty, Alastair McLean. Designing Experiments: Student Learning Experience and Behaviour in Undergraduate Physics Laboratories. Physical Review Physics Education Research. 11 Jun 2020.

[5]. Bazarova S.Dj., Baychayev F.X. "Fizika" fanidan "Konchilk ishi" talabalari uchun oquv jarayonini tashkil etish. "Academic Research in Educational Sciences (ARES)" ilmiy jurnal. Vol 4, №10, (4-tom, 10-son) 2023. 27 – 32-betlar.

[6]. Baychayev F.X., Asadova G.A. Tog' jinsining delektrik singdiruvchanligini yassi kondensator yordamida hisoblash uchun dasturiy ta'minot. O'zbekiston Respublikasi Adliya vazirligi huzuridagi Intellektual mulk agentligi EHM uchun yaratilgan dastur, guvohnoma № DGU 49064.

Saidov Yuldash Razzakovich (Urganch Innovation universiti dotsenti; saidov.yuldash1976@gmail.com; 0009-0008-1047-1996)

GARMONIK FUNKSIYALARNI QATOR KO'RINISHIDA TASVIRLANISHI BO'YICHA OLINGAN NATIJALAR

Annotatsiya. *Ushbu maqolada garmonik funksiyalarni qator ko'rinishida tasvirlash masalasi va* $E \subset R^n$ *– kompakt hamda lokal bog'lamli to'plamdan boshqa* $R^n \backslash E$ *da* $x \to \infty$ *da nolga intiluvchi ixtiyoriy* $u(x)$ *garmonik funksiyani* $R^n \backslash E$ *da lokal tekis yaqinlashuvchi*

$u(x) = \sum_{|\alpha|=0}^{\infty} \frac{1}{\alpha!} \int_E \frac{\partial^{|\alpha|}}{\partial x^\alpha} K(x-y) f_\alpha(y) d\mu(y)$. yoyilma kabi ifodalanishidan kelib chiqadigan natijalar o'rganilgan.

Kalit so'zlar: *garmonik funksiya, qator, soha, golomorf funksiya, sfera, kompakt to'plam, bog'lamli to'plam, golomorflik sohasi.*

Саидов Юлдаш Раззакович (Университет инноваций г. Ургенч, доцент; saidov.yuldash1976@gmail.com; 0009-0008-1047-1996)

РЕЗУЛЬТАТЫ, ПОЛУЧЕННЫЕ ПРИ ПРЕДСТАВЛЕНИИ ГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В ВИДЕ РЯДОВ

Аннотация. *В данной статье рассматривается проблема разложения гармонических функций в ряды, а также изучаются результаты, полученные при представлении произвольной гармонической функции* $u(x)$ *в области* $R^n \backslash E$*, где* $E \subset R^n$ *является компактным и локально связным множеством, при* $x \to \infty$*, в виде локально равномерно сходящегося ряда*

$u(x) = \sum_{|\alpha|=0}^{\infty} \frac{1}{\alpha!} \int_E \frac{\partial^{|\alpha|}}{\partial x^\alpha} K(x-y) f_\alpha(y) d\mu(y)$.

Ключевые слова: *гармоническая функция, ряд, область, голоморфная функция, сфера, компактное множество, связное множество, область голоморфности.*

Saidov Yuldash Razzakovich (Urganch Innovation University, associate professor; saidov.yuldash1976@gmail.com; 0009-0008-1047-1996)

RESULTS OBTAINED ON THE REPRESENTATION OF HARMONIC FUNCTIONS IN SERIES FORM

Annotation. *In this paper, the problem of representing harmonic functions by means of series is considered. The paper also presents results obtained from the series representation of an arbitrary harmonic function* $u(x)$ *in the domain* $R^n \backslash E$*, where* $E \subset R^n$ *is a compact and locally connected set. As* $x \to \infty$*, the harmonic function is expressed as a locally uniformly convergent series of the form*

$u(x) = \sum_{|\alpha|=0}^{\infty} \frac{1}{\alpha!} \int_E \frac{\partial^{|\alpha|}}{\partial x^\alpha} K(x-y) f_\alpha(y) d\mu(y)$.

Keywords*: Harmonic function, series, domain, holomorph function, space, compact set, connected set, domain of holomorphy.*

Kirish. Bu maqolada $E \subset R^n$ – kompakt hamda lokal bog'lamli to'plamdan boshqa $R^n \backslash E$ da $x \to \infty$ da nolga intiluvchi ixtiyoriy $u(x)$ garmonik funksiyani $R^n \backslash E$ da lokal tekis yaqinlashuvchi yoyilma kabi tasvirlanishi bo'yicha olinadigan natijalar isbot qilingan.

Mavzuga oid adabiyotlarning tahlili. Golomorf hamda garmonik funksiyalar uchun ushbu ko'rinishdagi muammo ko'pchilik olimlar tomonidan o'rganilgan, xususan, adabiyotlar ro'yhatida berilgan ishlarda tahlil qilinib, bir qator asosiy natijalar isbot qilingan (1;10-b.).

Tadqiqot metodologiyasi. [1] da V.V.Golubev Γ to'g'rilanuvchi chiziqdan tashqarida golomorf funksiyani quyidagi

$$f(z)=\sum_{k=0}^{\infty}\int_{\Gamma}\frac{y_k(t)dt}{(t-z)^{k+1}}+f(\infty),z\in\bar{C}\backslash\Gamma$$

yoyilma kabi tasvirlash muammosini qo‘ygan.

[2], [3]da V.P.Xavin ilmiy ishlarida golomorf funksiyalar uchun V.V.Golubev muammosi hal qilingan hamda tahliillar natijasida ushbu teoremani isbotlagan: Agar $E\subset C$ – kontinuum va μ - tashuvchisi E da yotuvchi muhim o‘lchov bo‘ladigan bo‘lsa, u holda $C\backslash E$ – to‘plamdagi ixtiyoriy golomorf funksiya

$$f(z)=\sum_{k=0}^{\infty}\int_{\Gamma}\frac{y_k(t)d\mu(t)}{(t-z)^{k+1}}+f(\infty)$$

shakldagi kabi ifodalanadi, bu ifodada foydalanilgan $y_k(t),k=1,2,...$ funksiyalar

$$\|y_k\|^2=\int_E|y_k(t)|^2d\mu(t)\le\infty,\lim_{k\to\infty}\sqrt[k]{\|y_k\|}=0$$

ko‘rinishda berilgan tartibga bo‘ysunadi. Berilgan μ - o‘lchov quyidagi shart bo‘yicha muhim o‘lchov deyiladi: agar berilgan $F\subset E,\mu(F)=0$ shartlardan ushbu $\overline{E\backslash F}=E$ tenglik hosil bo‘lsa.

Tahlil va natijalar. [10] da isbot qilingan teoremaga ko‘ra, agar $E\subset R^n$ – kompakt hamda lokal bog‘lamli to‘plam, μ - o‘lchov esa tashuvchisi E to‘plamda yotuvchi muhim o‘lchov bo‘ladigan bo‘lsa, u holda $R^n\backslash E$ to‘plamda x o‘zgaruvchi ∞ ga intilganda nolga intiluvchi ixtiyoriy $u(x)$ garmonik funksiya $R^n\backslash E$ to‘plamda lokal tekis yaqinlashuvchi

$$u(x)=\sum_{|\alpha|=0}^{\infty}\frac{1}{\alpha!}\int_E\frac{\partial^{|\alpha|}}{\partial x^{\alpha}}K(x-y)f_{\alpha}(y)d\mu(y),$$

yoyilma shaklida tasvirlanishi isbot qilingan.

Yuqoridagilar bo‘yicha quyidagi ikkita teorema isbot qilindi.

1-teorema. Agar $u(x)$ – funksiya $V_R=\{|x|<R\}$ - sharda garmonik funksiya bo‘ladigan bo‘lsa, u holda bu funksiya quyidagi

$$u(x)=\sum_{|\alpha|=0}^{\infty}\frac{1}{\alpha!}\int_{V_R}\frac{\partial^{|\alpha|}}{\partial x^{\alpha}}K(x-y)f_{\alpha}(y)ds(y),(1)$$

yoyilma shaklida ifodalanadi, bu yerda

$$\lim_{|\alpha|\to\infty}\left(\int_{V_R}|f_{\alpha}(y)|^2\,ds(y)\right)^{\frac{1}{2|\alpha|}}=0,$$

o‘rinli hamda ds - $\partial V_R=\{|x|=R\}$ sferaning differensial elementi.

1-teoremaning isboti. Quyidagi

$$\widetilde{u(x)}=\begin{cases}u(x),x\in V_R\\0,x\in R^2\backslash V_R\end{cases}$$

funksiyani qaraymiz. Ma’limki, $\widetilde{u(x)}$ funksiya $R^2\backslash V_R$ da garmonik va $\widetilde{u(\infty)}=0$, ya’ni [10] da isbot qilingan asosiy teorema barcha shartlarini qanoatlantiradi. Demak, $\widetilde{u(x)}$ funksiya (1) qator ko‘rinishida ifodalanadi va bu qator yig‘indisi doira ichkarisida $u(x)$ funksiyaga teng. 1-teorema isbot bo‘ldi.

2-teorema. $E=\{a_1,a_2,...,a_k\}$ va $u(x)$ – $R^n\backslash E$ da garmonik funksiya bo‘lsin. U holda quyidagi

$$u(x)=\sum_{p=1}^{k}\sum_{|\alpha|=0}^{\infty}\frac{c_{\alpha}^{(p)}}{\alpha!}\frac{\partial^{|\alpha|}}{\partial x^{\alpha}}K(x-a_p)+u_0(x),$$

$$\lim_{|\alpha|\to\infty}\sqrt[|\alpha|]{\sum_{p=1}^{k}\left|c_{\alpha}^{(p)}\right|}=0$$

yoyilma o‘rinli, bu yerda $u_0(x)$ - R^n fazoda garmonik bo‘lgan biror funksiya.

2-teoremaning isboti. V_R yetarlicha katta radiusli sharni $E\subset\subset V_R$ bo‘ladigan qilib tanlaymiz va $u(x)$ funksiyani

$$u_1(x)=\begin{cases}u(x),x\in V_R\backslash E\\0,x\in R^n\backslash V_R\end{cases},$$

$$u_2(x) = \begin{cases} 0, x \in V_R \\ u(x), x \in R^n \backslash V_R \end{cases}$$

shartlarni qanoatlantiradigan $u(x) = u_1(x) + u_2(x)$ ikkita funksiyani yig‘indisi ko‘rinishida ifodalaymiz. $u_1(x)$ funksiya [10]da isbot qilingan asosiy teorema shartlarini qanoatlantiradi, chunki $u_1(x)$ funksiya $R^n \backslash (\partial V_R \cup E)$ da garmonik, $u_1(\infty) = 0$ va $\partial V_R \cup E$ kompakt lokal bog‘lamli.

O‘lchov uchun quyidagi o‘lchovni qaraymiz

$$d\mu(x) = ds(x) + \sum_{p=1}^{k} \delta(x - a_p)dx,$$

bu yerda δ – Dirak funksiyasi. Demak,

$$u(x) = \sum_{p=1}^{k} \sum_{|\alpha|=0}^{\infty} \frac{c_\alpha^{(p)}}{\alpha!} \frac{\partial^{|\alpha|}}{\partial x^\alpha} K(x - a_p) + \sum_{|\alpha|=0}^{\infty} \frac{1}{\alpha!} \int_{\partial V_R} \frac{\partial^{|\alpha|}}{\partial x^\alpha} K(x - y) f_\alpha(y) ds(y) + u_2(x),$$

bu yerda,

$$u_0(x) = \sum_{|\alpha|=0}^{\infty} \frac{1}{\alpha!} \int_{\partial V_R} \frac{\partial^{|\alpha|}}{\partial x^\alpha} K(x - y) f_\alpha(y) ds(y) + u_2(x)$$

R^n da garmonik. 2-teorema isbot bo‘ldi.

Xulosa. Agar $u(x)$ – funksiya berilgan sharda garmonik funksiya bo‘lsa, u holda bu funksiya berilgan shartlarda ushbu

$$u(x) = \sum_{|\alpha|=0}^{\infty} \frac{1}{\alpha!} \int_{V_R} \frac{\partial^{|\alpha|}}{\partial x^\alpha} K(x - y) f_\alpha(y) ds(y),$$

yoyilma shaklida tasvirlash mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:

[1]. Голубев В.В. Однозначные аналитическое функции с совершенным множеством особых точек. М,. 1916.

[2]. Хавин В.П. Один аналог ряда Лорана. Исследования по современным проблемам теории функции комплексного переменного. Сб.статей. Москва, 1961, с. 121–131.

[3]. Havin V.P. Linear and complex analysis. Problem book. Lect. Notes math.: Berlin, Springer-Verl, 1984, v. 1049, p. 670–673.

[4]. Витушкин А.Г. Об одной задаче Данжуа. Изв. АН.СССР. Сер. матем., Москва, 1964, 28, № 4, с. 745–756.

[5]. Эдварс Р. Функциональный анализ. Теория и приложения. М., “Мир”, 1969, 1071 с.

[6]. Садуллаев А.С., Имомкулов С.А. Продолжение голоморфных и плюригармонических функций с тонкими особенностями на параллельных сечениях. Труды МИРАН, Москва, 2006, т. 253, с. 158–174.

[7]. Макаров Б.М. Об индуктивных пределах нормированных пространств. ДАН. СССР, Москва, 1958, t. 119, № 6, с. 1092–1094.

[8]. Алимов Ш.А., Ашуров Р.Р., Пулатов А.К. Кратные ряды и интегралы Фурье. Итоги науки и техники. Винити. совр. пробл. матем. фундам. направл., Москва, 1989, т. 42, с. 7–104.

[9]. Тарханов Н.Н. Ряд Лорана для решений эллиптических систем. Новосибирск, “Наука”, Сиб. отд., 1991.

[10]. Saidov Y.R. Maxsuslik to‘plamiga ega garmonik funksiyalarni qator ko‘rinishida ifodalash. “Ilm sarchashmalari”, Urganch. 2025, 11-son, 14–19-betlar.

Karimova Sanobar To‘yboyevna (Toshkent Kimyo-texnologiya instituti “Fizika va energetika” kafedrasi katta o‘qituvchisi, mustaqil izlanuvchi)

BURALISH-EGILISH TO‘LQININI QOVUSHOQ-ELASTIK STERJENGA TARQALISHI XUSUSIYATLARI

Annotatsiya. *Bu ishda buralish-egilish to‘lqinini qovushoq-elastik sterjenga tarqalishida soddalashtirilgan tenglamasini olish masalasi ko‘riladi. Sterjenni differensial yondashuv bo‘yicha olingan tenglamalarini turlicha soddalashtirilgan holidagi bir va ikki o‘lchamli tenglamalari olingan. Materiallarning qovushoqligi irsiy, ya’ni, Boltsman-Volterra integral munosabati bilan olingan. Qovushqoq yadrosi sifatida uch parametrli relaksatsiya yadrosi olingan. Dispersion tenglama olinib, uni sonli yechishi topilib tahlil qilingan.*