FIZIKA-MATEMATIKA

Xolxodjaev Boxodir Asatullaevich (Islom Karimov nomidagi Toshkent davlat Texnika universiteti "Oliy matematika" kafedrasi dotsenti),
Axralov Hamidullaxon Ziyatovich (Islom Karimov nomidagi Toshkent davlat Texnika universiteti "Oliy matematika" kafedrasi katta o'qituvchi; E-mail: axralovh@mail.ru)

DINAMIK SISTEMALARDA KALMAN OPTIMAL FILTRLASH NAZARIYASI ASOSIDA NOANIQ KIRISH TA'SIRLARINI TIKLASH ALGORITMLARI

Annotatsiya. *Kalmanning optimal filtrlash nazariyasida kirishda oq shovqin tipidagi mustaqil tasodifiy gauss jarayoni tushadigan gauss markov tasodifiy jarayoni dinamik sistemaning chiqishida qayta ishlanadi. O'lchash shovqini ta'siri o'lchash sistemasining matematik modelida hisobga olinadigan oq shovqin tipidagi gauss tasodifiy jarayonini ham aks ettiradi. Real sharoitlarda kirish ta'sirlarini funksionirlash sistemasi oq shovqindan farq qilishi mumkin va vaqt bo'yicha korrelyatsiyalangan tasodifiy gauss markov jarayonlarini aks ettiradi.*

Kalit so'zlar: *singulyar, vektor, oq shovqin, dinamik sistema, Gilbert fazo, funksional.*

Холходжаев Баходир Асатуллаевич (доцент кафедры «Высшая математика» Ташкентского государственного технического университета имени Ислама Каримова),
Ахралов Хамидуллахон Зиятович (старший преподаватель кафедры «Высшая математика» Ташкентского государственного технического университета имени Ислама Каримова;
E-mail: axralovh@mail.ru)

ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ: АЛГОРИТМЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ НЕОПРЕДЕЛЁННЫХ ВХОДНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ КАЛМАНА

Аннотация. *В теории оптимальной фильтрации Калмана на вход динамической системы поступает независимый случайный гауссовский процесс типа белого шума, в результате чего на выходе формируется гауссовский марковский случайный процесс. Влияние измерительного шума также учитывается в математической модели измерительной системы и представляется в виде гауссовского случайного процесса типа белого шума. В реальных условиях входные воздействия могут отличаться от белого шума и представлять собой коррелированные по времени гауссовские марковские случайные процессы.*

Ключевые слова: *сингулярный, вектор, белый шум, динамическая система, пространство Гильберта, функционал.*

Kholkhodjaev Bakhodir Asatullaevich (Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Islam Karimov Tashkent State Technical University),
Akhralov Khamidullakhon Ziyatovich (Senior Lecturer, Department of Higher Mathematics, Islam Karimov Tashkent State Technical University; E-mail: axralovh@mail.ru)

ALGORITHMS FOR RECONSTRUCTING UNCERTAIN INPUT EFFECTS IN DYNAMIC SYSTEMS BASED ON KALMAN OPTIMAL FILTERING THEORY

Annotation. *In Kalman optimal filtering theory, an independent Gaussian white noise process is applied at the input of a dynamic system, resulting in a Gaussian Markov random process at the output. The influence of measurement noise is also taken into account in the mathematical model of the measurement system and is represented as a Gaussian white noise process. In real conditions, input effects may differ from white noise and can be represented by time-correlated Gaussian Markov random processes.*

Keywords: *singular, vector, white noise, dynamic system, Hilbert space, functional.*

Kirish. Tenglamalar sistemasi yomon shartlangan, ya'ni boshlang'ich ma'lumotlarning kichik o'zgarishlariga yechimning katta o'zgarishlari javob berishi mumkin. Ushbu tenglamalarni yechishdagi belgilangan holatlar muntazamlashtirish uslublarini qo'llash zarurligiga olib keladi [1]. Ularning orasidan A.N. Tixonov muntazamlashtirishining umumiy prinsipiga asoslangan va matritsani singulyar yoyilishida psevdomurojaat usulidan foydalanildi.

Masalaning qo'yilishi. Model quyidagi chiziqli dinamik sistemaga ega bo'lsin:

$$x_{i+1} = Ax_i + \Gamma\varsigma_i,\ x_{i_0} = x_0, \tag{1}$$

bu yerda: x_i – boshlang'ich sistemaning n- o'lchamli holat vektori; ς_i –statistik kiruvchi ta'sirlarning q- o'lchamli vektori; A, Γ – mos o'lchamli matritsalar.

(1) sistema holatini kuzatish quyidagi tenglamaga muvofiq amalga oshiriladi deb faraz qilamiz:

$$z_{1,i+1} = H_1 x_{i+1} + v_{1,i+1}, \tag{2}$$

bu yerda: $z_{1,i+1}$–boshlang‘ich dinamik sistema holatini tavsiflaydigan m_1- o‘lchamli kuzatish vektori; $v_{1,i+1}$ $-E\left[v_{1,i}\right]=0$, $E\left[v_{1,i}v_{1,k}^T\right] = R_{1,i+1}\delta_{ik}$ xarakteristikali oq gauss shovqini tipidagi to‘siqlarni o‘lchashning p_1- o‘lchamli vektori; H_1 – o‘lchashlar matritsasi.

Kirishiga w_i oq shovqin keladigan g tartibli shakllantiruvchi filtrning chiqish signali ko‘rinishidagi ς_i kirish ta’sirini taqdim etamiz:

$$\varsigma_{i+1} = D_1\xi_{i+1}, \tag{3}$$

$$\xi_{i+1} = D_2\xi_i + D_3 w_i, \quad \xi_{i_0} = \xi_0, \tag{4}$$

bu yerda: ξ_{i+1} – qo‘shimcha chiziqli dinamik sistemaning g- o‘lchamli holat vektori; w_i $-E\left[w_i\right]=0$, $E\left[w_i w_k^T\right] = Q_i\delta_{ik}$ xarakteristikali oq shovqin tipidagi shovqinning μ- o‘lchamli holat vektori; D_1, D_2, D_3 – mos o‘lchamli matritsalar.

(4) sistema holatini kuzatish quyidagi usul bilan amalga oshiriladi deb faraz qilamiz:

$z_{2,i+1} = H_2\xi_{i+1} + v_{2,i+1}$,

bu yerda: $z_{2,i+1}$ –qo‘shimcha dinamik sistema holatini tavsiflaydigan m_2 - o‘lchamli kuzatish vektori; $v_{2,i+1}$ $-E\left[v_{2,i}\right] = 0$, $E\left[v_{2,i}v_{2,k}^T\right] = R_{2,i+1}\delta_{ik}$ xarakteristikali oq gauss shovqini tipidagi to‘siqlarni o‘lchashning p_2- o‘lchamli vektori; H_2 – o‘lchashlar matritsasi.

Metod. $Q_i, R_{1,i+1}, R_{2,i+1}$ kovariatsion matritsalar noma’lum, lekin vaqt funksiyalari bo‘ladi deb faraz qilamiz. Kengaytirilgan dinamik sistemaning kuzatish va dinamik tenglamasini yuqorida shakllantirilgan shartlarda quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin:

$$x_{i+1}^* = A^* x_i^* + D^* w_i^*, \tag{5}$$

$$z_{i+1}^* = H^* x_{i+1}^* + v_{i+1}^*, \tag{6}$$

bu yerda $A^* = \left[\begin{array}{c|c} A & \Gamma D_1 \\ \hline 0 & D_2 \end{array}\right]$, $H^* = \left[\begin{array}{c|c} H_1 & 0 \\ \hline 0 & H_2 \end{array}\right]$, $D^* = \left[\begin{array}{c} 0 \\ \hline D_3 \end{array}\right]$, $x_{i+1}^* = \left[\begin{array}{c} x_{i+1} \\ \hline \xi_{i+1} \end{array}\right]$, $v_{i+1}^* = \left[\begin{array}{c} v_{1,i+1} \\ \hline v_{2,i+1} \end{array}\right]$, $z_{i+1}^* = \left[\begin{array}{c} z_{1,i+1} \\ \hline z_{2,i+1} \end{array}\right]$, $w_i^* = w_i$.

(5), (6) tenglamalar asosida kengaytirilgan holat vektorini baholash uchun Kalmanning an’anaviy filtridan foydalanish mumkin:

$$x_{i+1|i}^* = A^* x_{i|i}^*, \tag{7}$$

$$P_{i+1|i}^* = A^* P_{i|i}^* A^{*T} + D^* \hat{Q}_i D^{*T}, \tag{8}$$

$$x_{i+1|i+1}^* = x_{i+1|i}^* + K_{i+1}^* y_{i+1}^*, \tag{9}$$

$$y_{i+1|i}^* = z_{i+1}^* - H^* x_{i+1|i}^*, \tag{10}$$

$$K_{i+1}^* = P_{i+1|i}^* H^{*T} [C_{i+1}^*]^{-1}, \tag{11}$$

$$C_{i+1}^* = H^* P_{i+1|i}^* H^{*T} + R_{i+1}, \tag{12}$$

$$P_{i+1|i+1}^* = (I - K_{i+1}^* H^*) P_{i+1|i}^*. \tag{13}$$

Har bir qadamda ξ_{i+1} qiymat bilan hisoblangan (3) ifoda ς_{i+1} noma’lum kirish ta’sirining qiymatini beradi. (7)-(13) ko‘rinishlardagi Kalman filtridan kelib chiqib K_{i+1}^* Kalman filtrlashi algoritmining kuchaytirish koeffitsiyenti Q_i va R_{i+1} matritsasiga bog‘liqligini ko‘rish qiyin emas.

Adabiyotlar tahlili. (7)-(13) ifodalarni tahlil qilib, ularni hisoblash jarayonida Q_i va R_{i+1} baholardan foydalanilganligi uchun, (8), (10)-(13) munosabatlarini ekstrapolyatsiya va filtrlash algoritmlaridan

istisno qilish maqsadga muvofiq, degan xulosaga kelish mumkin. [1-7] da bundagi K_{i+1}^* kuchaytirish koeffitsiyentini hisoblashda quyidagi ikki bosqichli hisoblash tartibi asosida Z_{i+1}^{i+l} o‘lchamini tanlab ishlab chiqish mumkinligi ko‘rsatildi:

$$SL^* = M_y, \tag{14}$$

va

$$K_{i+1}^* \Phi^* = L^*, \tag{15}$$

bu yerda

$$S = \begin{bmatrix} H^* \\ \hline H^* A^* \\ \hline \vdots \\ \hline H^* A^{*l-1} \end{bmatrix} A^*,\ L^* = P_{i+1/i}^* H^{*T},\ M_y = \begin{bmatrix} y_{i+2|i}^* y_{i+1|i}^{*T} \\ \hline y_{i+3|i}^* y_{i+1|i}^{*T} \\ \hline \vdots \\ \hline y_{i+l|i}^* y_{i+1|i}^{*T} \end{bmatrix},\ \Phi^* = [y_{i+1|i}^* y_{i+1|i}^{*T}].$$

Bunday modifikatsiyalashtirish K_{i+1} filtrning kuchaytirish koeffitsienti real o‘lchash axborotiga bog‘liq bo‘lib, K_{i+1} matritsaning aprior ma’lumotlarga qat’iy bog‘liqligini bartaraf qilishga olib keladi. Shunday qilib, keltirilgan algoritm yaxshi ishlanmagan hisoblanadi, ya’ni aprior ma’lumotlarning o‘zgarishiga kam sezuvchandir. Aprior axborot noaniq berilganda, ushbu holat jiddiy ahamiyatga ega.

(14) tenglamani yechishga o‘tamiz. Yozuvlarni qisqartirish va kelgusida qulay ifodalash uchun (14) tenglamani quyidagi ko‘rinishda yozamiz:

$$S l_{i,j}^* = m_{y,i,j}\ , \tag{16}$$

bu yerda: S – H_1 gilbert fazosidan H_2 gilbert fazosiga harakatlanuvchi chiziqli operator; $l_{i,j}^*$ – L^* matritsaning i– ustuni $j = 1,2,...,$; $m_{y,i,j}$ – M_y matritsaning i– ustuni.

$\overline{m}_{y,i,j}$, S o‘rniga ularning yaqinligi $m_{y,i,j}^{\delta}$ va S_h ma’lum, shuning uchun

$$\left\| m_{y,i,j}^{\delta} - \overline{m}_{y,i,j} \right\|_U \le \delta, \left\| S_h - S \right\| \le h$$

deb hisoblaymiz. Shunday qilib, taxminiy ma’lumotlar $S_h, m_{y,i,j}^{\delta}, \eta$ larni tanlash bilan tavsiflanadi,bu yerda $\eta = \{\delta, h\}$ – xatolik vektori. Taxminiy ma’lumotlar bo‘yicha $\eta \to 0$ dagi $l_{i,j}^{*\eta} \to \overline{l}_{i,j}^*$ kabi $l_{i,j}^{*\eta} \in D$ elementni qurish talab qilinadi.

Natija. Muntazamlashtirilgan algoritmni qurishning quyidagi ko‘rinishdagi umumiy sxemasi A.N. Tixonov tomonidan taklif qilingan [1, 2, 7–10]:

$$G^{\alpha}\left[l_{i,j}^*\right] = \left\| S_h l_{i,j}^* - m_{y,i,j}^{\delta} \right\|_{U^2} + \alpha \left\| l_{i,j}^* \right\|_{l_{i,j}^{*2}},$$

bu yerda: $\alpha > 0$ – muntazamlashtirish parametri.

Agar masala $D = L$ cheklashlarsiz yechilsa, u holda $G^{\alpha}\left[l_{i,j}^*\right]$ funksionalning $l_{i,j}^{*\eta,\alpha}$ ekstremali quyidagi

$$S_h{}^T S_h l_{i,j}^* + \alpha l_{i,j}^* = S_h{}^T m_{y,i,j}^{\delta}$$

tenglamaning yechimi kabi topiladi.

$R_{\alpha} = (S_h{}^T S_h + \alpha I)^{-1}$lar oilasi $SD \subset U$ da S^{-1} ni aks ettirish uchun approksimatsiyalangan hisoblanadi.

Quyidagi funksiyani ko‘rib chiqamiz [7]:

$$\varphi_n(\alpha) = G^{\alpha}\left[l_{i,j}^{*\eta,\alpha}\right] = \left\| S_h l_{i,j}^{*\eta,\alpha} - m_{y,i,j}^{\delta} \right\|_{U^2} + \alpha \left\| l_{i,j}^{*\eta,\alpha} \right\|_{U^2},$$

$$\gamma_{\eta}(\alpha) = \left\| l_{i,j}^{*\eta,\alpha} \right\|_{U^2},$$

$$\beta_\eta(\alpha) = \left\| S_h l_{i,j}^{*\eta,\alpha} - m_{y,i,j}^{\delta} \right\|_{U^2},$$

$$\rho_\eta(\alpha) = \beta_\eta(\alpha) - \left(\delta + h\sqrt{\gamma_\eta(\alpha)}\right)^2 - \mu_\eta^2.$$

Bu yerda $\alpha > 0$ da qayd qilingan

$$\mu_\eta = \inf_{l_{i,j}^* \in D} \left\| S_h l_{i,j}^* - m_{y,i,j}^{\delta} \right\|_U, G^\alpha \left[l_{i,j}^* \right]$$

A.N.Tixonov funksiyasining ekstremali – D ko‘paytmasidagi taxminiy ma’lumotlar bilan (16) tenglamaning mos kelmaslik o‘lchamidir.

Xulosa. Muntazamlashtirish parametrini aniqlash uchun, ko‘pincha, xatolik uslubi yoki xatolikning umumlashgan prinsipidan foydalaniladi [6, 7, 9]. Xatolik uslubidan foydalanishda $\alpha(\delta)$ muntazamlashtirish parametri

$$\beta_\delta(\alpha) = \left\| S l_{i,j}^{*\delta} - m_{y,i,j}^{\delta} \right\|_U = \delta$$

tenglamaning ildizi kabi tanlanadi [7].

Muntazamlashtirish parametri α ni aniqlashda, ko‘pincha, quyidagi

$$\beta_\delta(\alpha) - \left(\delta + h\sqrt{\gamma_\eta(\alpha)}\right)^2 = 0$$

ko‘rinishdagi xatolikning umumlashgan algoritmidan foydalaniladi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:

[1]. Бакушинский А.Б., Гончарский А.В. Интерактивные методы решения некорректных задач. М., “Наука”, 1989, 128 с.

[2]. Егупов Н.Д., Пупков К.А. Методы классической и современной теории автоматического управления. Учебник в 5 томах, М., издателство МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2004.

[3]. Kodirova F., Kholkhodjaev B.A., Kuralov B.A., Xudoyberdiev A. “Advanced control systems for dynamic engineering applications”. AIP Conf. Proc. 3304, 030057 (2025). (Scopus) https://doi.org/10.1063/5.0270490

[4]. Холходжаев Б.А. Алгоритмы восстановления входных воздействий динамических систем в условиях неопределенности. «Technical science and innovation», № 4/2020. Ташкент, 2020, с. 150–154.

[5]. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб., “Наука”, 2000.

[6]. Zayniddinov B., Kholkhodjayev.B.A., Abdishukurov Sh., Zayniddinova Z. AIP Conference Proceedings, 2023, 2612, 020004. (2023), p. 1–7. (Scopus) https://doi.org/10.1063/5.0116887

[7]. Короткий А.И. Восстановление управлений и параметров динамических систем при неполной информаци. Изв. высш. учеб. заведений, 1998, № 11 (438), с. 109–120.

[8]. Афанасев В.Н. Динамические системы управления с неполной информацей. Алгоритмическое конструирование. Изд-во “КомКнига”, 2007.

[9]. B.Kholhodjaev, B.A.Kuralov, K.Daminov. (2023) Block diagram and Mathematical model of an invariant system/ «Technical science and innovation» ТГТУ, № 2 (16), 2023, с. 186–194.

[10]. Еремин Е.Л., Теличенко Д.А., Семичевская Н.П., Чепак Л.В, Шеленок Е.А. Управление техническими системами в условиях неопределенности. Благовещенск, Амурский гос. ун-т, 2014, 211 с.

Husenov Behzod Erkin o‘g‘li (Buxoro davlat universiteti; b.e.husenov@buxdu.uz),
Muhammadova Mastura Farhod qizi (Buxoro davlat universiteti; masturamuhammadova@mail.ru)

$A(z)$-ANALITIK FUNKSIYALARNING LOKAL XOSSALARI

Annotatsiya. *Ushbu maqolada $A(z)$ funksiyani antianalitik bo‘lgan holda $A(z)$ – analitik funksiyalarni qaraymiz. Asosiy natijalar sifatida lokal $A(z)$ – analitik funksiya tushunchasi kiritildi, shuningdek $A(z)$ – analitik funksiyalarni ko‘phadlarning yig‘indisidan tuzilgan darajali qator orqali aproksimatsiyalash (yaqinlashtirish) masalasining yechimi $A(z)$ – analitik funksiyalar uchun Runge teoremasi or-qali berildi.*

Kalit so‘zlar: *$A(z)$ – analitik funksiya, $A(z)$ – lemniskata, $A(z)$ – analitik funksiyalar uchun Teylor va Loran qatorlari, $A(z)$ – analitik funksiyalarni qatorlar orqali aproksimatsiyalash.*