Since $E_{\text{low}}(\mu_2) = -\beta(\mu_2)$, the first formula follows.

The proof at the upper edge is identical, using the expansion of $a(z)$ as $z > 24,\ z \to 24$. □

Remark 4.2. The leading terms are linear in the coupling deviation. This is different from the quadratic threshold law in the fully symmetric subspace. The distinction is caused by the vanishing of $\varphi(p) = \cos p_1 - \cos p_2$ at both band edges, which makes the threshold integral regular to first order.

5. Conclusion, The zero-quasimomentum two-particle discrete Schrödinger operator on $\mathbb{Z}^3$ has been analyzed in the invariant subspace $L^{2,e,a_{12}}(\mathbb{T}^3)$. In this invariant subspace, the on-site interaction does not contribute and the reduced perturbation has rank one. Using the Lippmann–Schwinger equation, the eigenvalue problem is converted into the scalar equation $\Delta_{\mu_2}^{a_{12}}(z) = 1 + \mu_2 a(z) = 0$, which yields a complete eigenvalue count below and above the essential spectrum $[0,24]$.

The critical values are $\mu_{\text{low}} = -1/a(0)$ and $\mu_{\text{up}} = 1/a(0)$. At these values, the corresponding thresholds 0 and 24 are L^2-eigenvalues. The isolated eigenvalue branches approaching these thresholds have linear asymptotics with coefficient $c_1 = a^2(0)/a'(0) > 0$.

References:

[1]. D.Mattis. The few-body problem on a lattice, Rev. Mod. Phys. 58 (1986), p. 361–379.

[2]. S.Albeverio, S.N.Lakaev, Z. I.Muminov. Schrödinger operators on lattices. The Efimov effect and discrete spectrum asymptotics, Ann. Henri Poincaré 5 (2004), p. 743–772.

[3]. S.Albeverio, S.N.Lakaev, K.A.Makarov, Z.I.Muminov. The threshold effects for the two-particle Hamiltonians on lattices, Comm. Math. Phys. 262 (2006), p. 91–115.

[4]. V.Bach, W.de Siqueira Pedra, S.N.Lakaev. Bounds on the discrete spectrum of lattice Schrödinger operators, J Math. Phys. 59 (2017).

[5]. P.A. Faria Da Veiga, L.Ioriatti, M.O'Carroll. Energy-momentum spectrum of some two-particle lattice Schrödinger Hamiltonians, Phys. Rev. E 66 (2002), 016130.

[6]. S.N Lakaev, Sh.Y Kholmatov, Sh.I.Khamidov. Bose-Hubbard model with on-site and nearest-neighbor interactions; exactly solvable case, J.Phys. A: Math. Theor. 54 (2021).

[7]. A.K.Motovilov, W.Sandhas, V.B.Belyaev. Perturbation of a lattice spectral band by a nearby resonance, J.Math. Phys. 42 (2001), p. 2490–2506.

[8]. S.N.Lakaev, I.N.Bozorov. The number of bound states of a one-particle Hamiltonian on a three-dimensional lattice, Theoret. and Math. Phys. 158 (2009), p. 360–376.

[9]. S.N.Lakaev, M.O.Akhmadova. The number and location of eigenvalues for the two-particle Schrödinger operators on lattices, Complex Analysis and Operator Theory 17 (2023).

[10]. S.N.Lakaev, A.K.Motovilov, S.Kh.Abdukhakimov. Two-fermion lattice Hamiltonian with first and second nearest-neighboring-site interactions, J.Phys. A: Math. Theor. 56 (2023).

[11]. M.Reed, B.Simon. Methods of Modern Mathematical Physics IV: Analysis of Operators, Academic Press, New York, 1978.

[12]. B.A.Lippmann, J.Schwinger. Variational principles for scattering processes. I, Phys. Rev. 79 (1950), p. 469–480.

Sabirova Ra'no Azamatovna (Toshkent Kimyo-texnologiyalar instituti doktoranti;
e-mail: r.sabirova@tkti.uz),
Mirzoyeva Gulzira To'raqul qizi (Buxoro davlat Texnika universiteti "Aniq fanlar" kafedrasi assistenti, tayanch doktorant; gmirzoyeva@bstu.uz),
Zaripov Behzod Shodiyechiv (Buxoro davlat Texnika universiteti tayanch doktoranti; begzodzaripov331@gmail.com),
Jumayeva Anora Amon qizi (Samarqand davlat Arxitektura va qurilish universiteti tayanch doktoranti; anora00771@gmail.com)

EGRI CHIZIQLI QUVUR O'TKAZGICHLARNING DINAMIK HARAKATINI QOVUSHQOQ-IRSIY QOBIQ NAZARIYASI ASOSIDA MATEMATIK MODELLASHTIRISH

Annotatsiya. *Maqolada suyuqlik oqib o'tuvchi egri chiziqli (torusial) qobiq-quvur segmentining erkin va so'nuvchi tebranishlari qobiq nazariyasi asosida o'rganiladi. Ilgari faqat mukammal elastik material uchun qurilgan model Boltsman–Volterra irsiy-qovushqoq nazariyasi va Rjanitsin–Koltunov yadrosi asosida umumlashtiriladi; natijada tebranish chastotasi kompleks miqdor sifatida aniqlanadi, uning haqiqiy qismi tebranish chastotasini, mavhum qismi esa tizimning so'nish xususiyatini tavsiflaydi. Bubnov–Galerkin usuli yordamida masala kompleks koeffitsiyentli transsendent chastota tenglamasiga keltiriladi va bu tenglama Myuller usuli bilan sonli yechiladi. Egrilik radiusi, quvur nisbiy uzunligi L/d, oqim tezligi,*

ichki bosim hamda irsiy yadroning singulyarlik parametri α ning erkin tebranish chastotasi va so'nish koeffitsiyentiga ta'siri sonli misolda tahlil qilinadi. Olingan natijalar to'g'ri chiziqli quvur nazariyasi bilan taqqoslanadi va chegaraviy holatlarda mos kelishi ko'rsatiladi.

Kalit so'zlar: *egri chiziqli quvur, qobiq nazariyasi, irsiy-qovushqoq muhit, Rjanitsin–Koltunov yadrosi, Bubnov–Galerkin usuli, Myuller usuli, kompleks chastota, so'nish koeffitsiyenti.*

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ КРИВОЛИНЕЙНОГО ТРУБОПРОВОДА НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ НАСЛЕДСТВЕННОЙ ВЯЗКОУПРУГОСТИ

Аннотация. *В статье на основе теории оболочек исследуются свободные и затухающие колебания криволинейного (тороидального) сегмента оболочки-трубопровода, по которому протекает жидкость. Модель, ранее построенная только для случая идеально упругого материала, обобщается на случай наследственно-вязкоупругого материала на основе теории наследственной вязкоупругости Больцмана–Вольтерра с ядром релаксации Ржаницына–Колтунова. В результате частота колебаний определяется как комплексная величина, действительная часть которой характеризует частоту колебаний, а мнимая часть – диссипативные (демпфирующие) свойства системы. С помощью метода Бубнова–Галёркина задача сводится к трансцендентному частотному уравнению с комплексными коэффициентами, которое решается численно методом Мюллера. На численном примере проанализировано влияние радиуса кривизны, относительной длины трубы L/d, скорости течения, внутреннего давления, а также параметра сингулярности α наследственного ядра на частоту свободных колебаний и коэффициент затухания. Полученные результаты сопоставлены с результатами классической теории прямолинейного трубопровода, и показано их совпадение в соответствующих предельных случаях.*

Ключевые слова: *криволинейная труба, теория оболочек, наследственно-вязкоупругая среда, ядро Ржаницына–Колтунова, метод Бубнова–Галёркина, метод Мюллера, комплексная частота, коэффициент затухания.*

MATHEMATICAL MODELING OF THE DYNAMIC BEHAVIOR OF CURVILINEAR PIPELINES BASED ON THE THEORY OF VISCOELASTIC SHELLS WITH HEREDITARY PROPERTIES

Annotation. *In this paper, the free and damped vibrations of a curved (toroidal) shell-pipe segment conveying a flowing fluid are investigated within the framework of thin shell theory. A model previously formulated only for a perfectly elastic material is generalized to the case of a hereditarily viscoelastic material, based on the Boltzmann–Volterra theory of hereditary viscoelasticity with the Rzhanitsyn–Koltunov relaxation kernel. As a result, the vibration frequency is obtained as a complex quantity, whose real part characterizes the frequency of oscillation and whose imaginary part characterizes the damping (dissipative) properties of the system. By applying the Bubnov–Galerkin method, the problem is reduced to a transcendental frequency equation with complex coefficients, which is solved numerically by the Müller method. The influence of the radius of curvature, the relative length of the pipe L/d, the flow velocity, the internal pressure, and the singularity parameter α of the hereditary kernel on the free vibration frequency and the damping coefficient is analyzed through a numerical example. The results obtained are compared with those of the classical straight-pipe theory, and it is shown that they coincide in the corresponding limiting cases.*

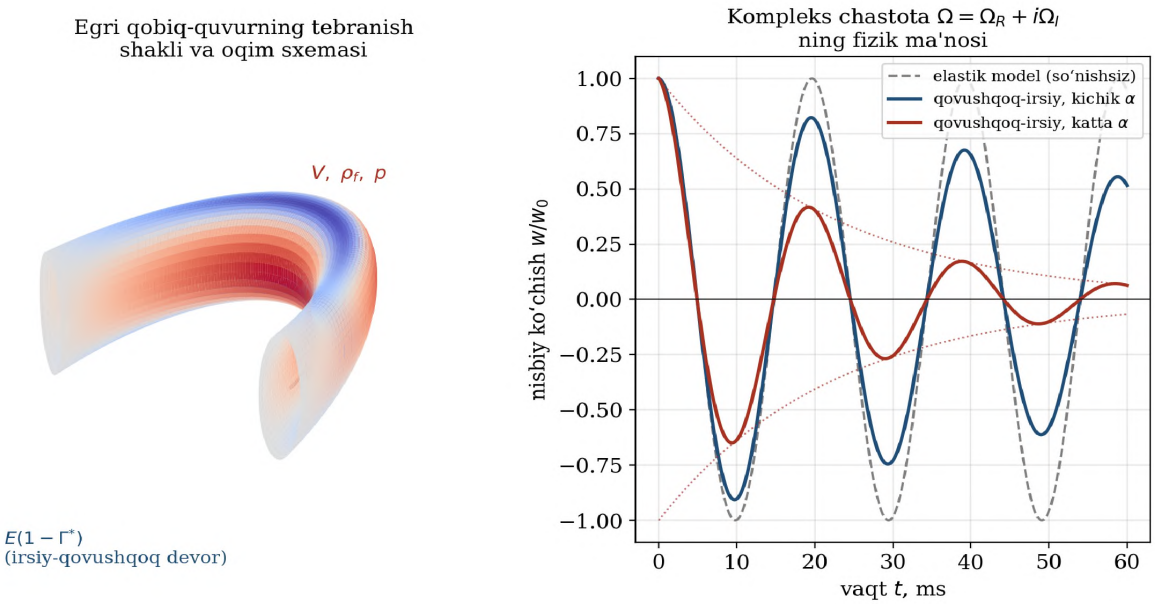
Keywords: *curved pipe, shell theory, hereditary-viscoelastic medium, Rzhanitsyn–Koltunov kernel, Bubnov–Galerkin method, Müller method, complex frequency, damping coefficient.*

I. Kirish (Introduction). Neft-gaz, kimyo va issiqlik-energetika tarmoqlarida ishlatiladigan quvur tizimlarining muhim qismi to'g'ri chiziqli emas, balki egri chiziqli (burilish, kompensator, torusial) uchastkalardan iborat bo'ladi. Bunday uchastkalarda oqayotgan suyuqlikning markazdan qochma va Koriolis kuchlari, ichki bosim hamda quvur devori materialining reologik xossalari tebranish spektriga sezilarli ta'sir ko'rsatishi mumkin. Egri chiziqli va to'g'ri chiziqli quvur o'tkazgichlarning tebranishlarini qobiq nazariyasi asosida tahlil qilishga [1–4; 7,8] ishlarida katta e'tibor berilgan, ammo bu ishlarning barchasida quvur materiali mukammal elastik deb qabul qilingan.

So'nggi yillarda kompozit va polimer asosidagi quvurlarning (shisha-plastik, armaturalangan polimer quvurlar) energetika va kimyo sanoatida qo'llanilishi tobora kengaymoqda. Bunday materiallar vaqt o'tishi bilan deformatsiyalanish xususiyatini namoyon qiladi, ya'ni, ularning mexanik xatti-harakati irsiy-qovushqoq (Boltsman–Volterra) nazariyasi asosida tavsiflanishi lozim [4, 6]. Shu sababli mukammal elastik model doirasida qurilgan mavjud yechimlar amaliy jihatdan yetarli emas, ular tizimning eng muhim

amaliy xarakteristikasi, ya'ni, tebranishning so'nish (dissipatsiya) darajasi haqida hech qanday ma'lumot bermaydi.

Annotatsiyaga mos umumiy tasavvur: egri qobiq-quvurning erkin va so'nuvchi tebranishlari



Rasmda chapda: egri qobiq-quvurning m=2, k=1 modasiga mos tebranish shakli va suyuqlik oqimi sxemasi; o'ngda:kompleks chastota $\Omega = \Omega_R + i\Omega_I$ ning fizik ma'nosi: elastik model tebranishni so'nishsiz (kulrang), qovushqoq-irsiy model esa amplitudasi vaqt bo'yicha kamayuvchi (ko'k/qizil) tebranish sifatida bashorat qiladi.

Ilmiy yangiligi. Ushbu ishning ilmiy yangiligi quyidagi aniq matematik natijalarda ifodalanadi:

1) suyuqlik oqib o'tuvchi egri chiziqli qobiq-quvur uchun ilgari faqat mukammal elastik material doirasida qurilgan matematik model birinchi marta Boltsman–Volterra chiziqli irsiy-qovushqoq nazariyasi va Rjanitsin–Koltunov yadrosi asosida umumlashtiriladi. Buning uchun elastik-qovushqoq analogiya (korrespondensiya) prinsipiga ko'ra, garmonik tebranishlar uchun oniy elastik modul E o'rniga kompleks operator qo'llaniladi:

$$E \longrightarrow E^*(i\Omega) = E[1 - \Gamma^*(i\Omega)], \qquad \Gamma^*(i\Omega) = \int_0^\infty R(t)\, e^{-i\Omega t}\, dt = A\,\Gamma(\alpha)\,(\beta + i\Omega)^{-\alpha}$$

bu yerda Γ*(iΩ) – Rjanitsin–Koltunov yadrosi $R(t) = A\, e^{-\beta t} t^{\alpha-1}$ $(0 < \alpha < 1)$ ning kompleks Furye-obrazi bo'lib, ushbu ishda birinchi marta yopiq, analitik shaklda ifodalanadi (Eyler gamma-funksiyasi orqali). Muhandislik nuqtai nazaridan bu shuni bildiradiki, quvur materialining «xotira» effektini (sudralish va kuchlanish bo'shashishini) hisoblash uchun har safar sonli integrallashga murojaat qilish shart emas, kompleks modul E*(iΩ) istalgan chastota uchun bitta aniq formula bilan hisoblanadi, bu esa loyihalash amaliyotida hisoblash vaqtini sezilarli qisqartiradi;

2) Bubnov–Galerkin usuli bilan qurilgan diskret modelning trivial bo'lmagan yechim sharti

$$\sum_{k=1}^{N} (a_{nk} - \Omega^2 c_{nk}) c_k = 0, \qquad det\|a_{nk} - \Omega^2 c_{nk}\| = 0$$

qovushqoq-irsiy holatda Ω ga nisbatan kompleks transsendent tenglamaga aylanadi. Bu tenglamani yechish uchun Myuller usuliga asoslangan hisoblash algoritmi ishlab chiqilgan bo'lib, u tenglamaning kompleks ildizi $\Omega=\Omega_R+i\Omega_I$ ni bir yo'la topadi. Muhandis uchun bu amalda quyidagini anglatadi: bitta hisoblash siklida ham quvurning rezonans chastotasi (Ω_R –«qachon tebranadi»), ham tebranishning qanchalik tez so'nishi (quyidagi so'nish koeffitsiyenti «qanchalik xavfli tebranadi») aniqlanadi:

$$\gamma = -\frac{\Omega_I}{\Omega_R};$$

3) egri chiziqli quvur uchun olingan natijalar to'g'ri chiziqli quvur nazariyasi bilan tizimli tarzda taqqoslanib, egrilik radiusi, nisbiy uzunlik L/d, ichki bosim va irsiy yadro parametri α ning tebranish chastotasi

hamda so‘nish koeffitsyientiga bo‘lgan qo‘shma ta’siri birinchi marta miqdoriy jihatdan, $\Omega_R(L/d,\alpha)$ $\gamma(L/d,\alpha)$ sirtlari (6–7-rasmlar) ko‘rinishida aniqlangan bu muhandisga faqat bitta parametr emas, balki ikkita mustaqil parametrning birgalikdagi ta’sirini bir qarashda baholash imkonini beradi;

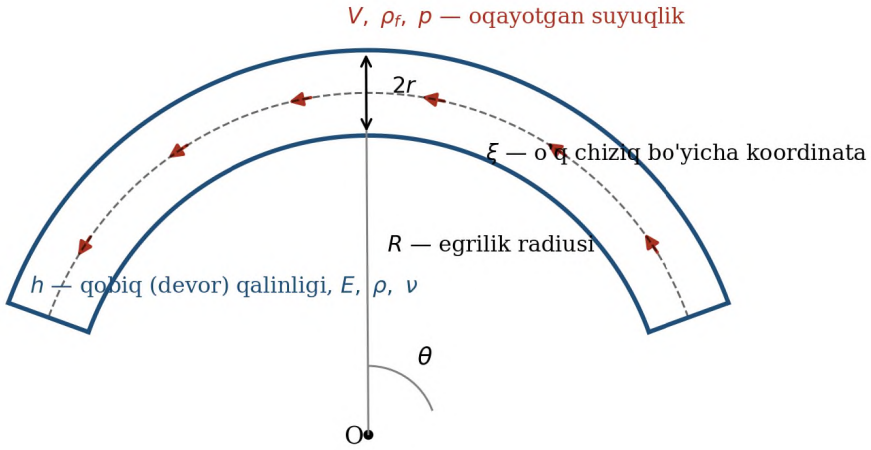
4) aniqlangan qonuniyatlar asosida uzun quvurlar sinfi uchun asimptotik formulaning qovushqoq-irsiy analogi taklif etilgan, bu esa amaliyotda muhandislik hisoblarini soddalashtirish imkonini beradi.

Ishning maqsadi – yuqorida qayd etilgan umumlashtirilgan matematik model asosida egri chiziqli quvur-qobiq tizimining erkin tebranish chastotasi va so‘nish koeffitsientini aniqlash, hamda ularning asosiy geometrik, gidrodinamik va reologik parametrlarga bog‘liqligini sonli tahlil qilishdan iborat.

2. Materiallar va usullar (Materials and methods). 2.1. Masala qo‘yilishi va boshlang‘ich matematik model.

Egrilik radiusi R, ko‘ndalang kesim radiusi r va devor qalinligi h bo‘lgan yupqa qobiq ko‘rinishidagi quvur segmentini ko‘rib chiqamiz (1-rasm). Quvur ichida zichligi ρ_f bo‘lgan suyuqlik V tezlik bilan oqib o‘tadi, ichki bosim p ga teng. Qobiq materiali zichligi ρ, oniy elastiklik moduli E,Puasson koeffitsiyenti ν.

1-rasm. Suyuqlik oqib o'tuvchi egri chiziqli qobiq-quvur segmentining hisob sxemasi va koordinatalar sistemasi



1-rasm. Suyuqlik oqib o‘tuvchi egri chiziqli qobiq-quvur segmentining hisob sxemasi va koordinatalar sistemasi.

Kichik ko‘chishlar va Kirxgof–Lyav gipotezalari doirasida, Donnell–Vlasov turidagi yupqa qobiq nazariyasi asosida, barcha chiziqli bo‘lmagan hadlarni tashlab yuborib, radial ko‘chish $w(\xi,\theta,t)$ uchun quyidagi harakat tenglamasini olamiz:

$$D\nabla^8 w + \frac{Eh}{r^2}\frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} + (\rho h + \rho_f A_f)\frac{\partial^2}{\partial t^2}\nabla^4 w + 2\rho_f A_f V \frac{\partial^2}{\partial \xi\, \partial t}\nabla^4 w + \rho_f A_f V^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\nabla^4 w + \frac{1}{R}\frac{\partial^2 N_\xi}{\partial \xi^2} = 0$$

bu yerda ∇^4 Laplas operatorining ikkilangan qo‘llanilishi, D – qobiqning egilishga siljish qattiqligi, $A_f = \pi r^2$– quvur ko‘ndalang kesim yuzasi,N_ξ– egri o‘qqa mos aksial kuch (egrilik 1/R orqali hosil bo‘ladi):

$$\nabla^4 = \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2}\right)^2, \qquad D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

(1) tenglamaning oxirgi ikki hadi, mos ravishda, oqayotgan suyuqlikning Koriolis va markazdan qochma-inersion ta’sirlarini, so‘nggi had esa egri o‘q bo‘yicha ichki kuchning egilish bilan bog‘lanishini ifodalaydi. To‘g‘ri chiziqli quvur uchun $R\to\infty$ da bu had yo‘qoladi va (1) [1, 2]dagi klassik tenglamaga aylanadi.

2.2. Boltsman–Volterra irsiy-qovushqoq modeli. Quvur devori materialining qovushqoq-irsiy xossalarini hisobga olish uchun Boltsman–Volterra chiziqli irsiy nazariyasidan foydalanamiz. Bir o‘lchamli kuchlanish–deformatsiya bog‘lanishi quyidagi ko‘rinishda yoziladi:

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{E}\left[\sigma(t) - \int_0^t R(t-\tau)\,\sigma(\tau)\,d\tau\right], \qquad R(t) = Ae^{-\beta t}t^{\alpha-1}, \quad 0 < \alpha < 1$$

bu yerda: R(t)–irsiylik yadrosi. I.I.Safarov va boshqalarning ishlarida [4–6] keng qo‘llanilgan Rjanitsin–Koltunov yadrosidan foydalanamiz; A – yadro intensivligi, β – vaqt bo‘yicha so‘nish tezligi, α – yadroning kuchsiz singularligini tavsiflovchi parametr (odatda, 0<α<1, ko‘pgina polimer va kompozit materiallar uchun α≈0,05–0,25 oralig‘ida yotadi).

Garmonik tebranishlar (~e^{iΩt}) uchun elastik-qovushqoq analogiya (korrespondensiya) prinsipiga ko‘ra, barcha statik elastik masalalarning yechimlarida E o‘rniga kompleks modulni qo‘yish kifoya:

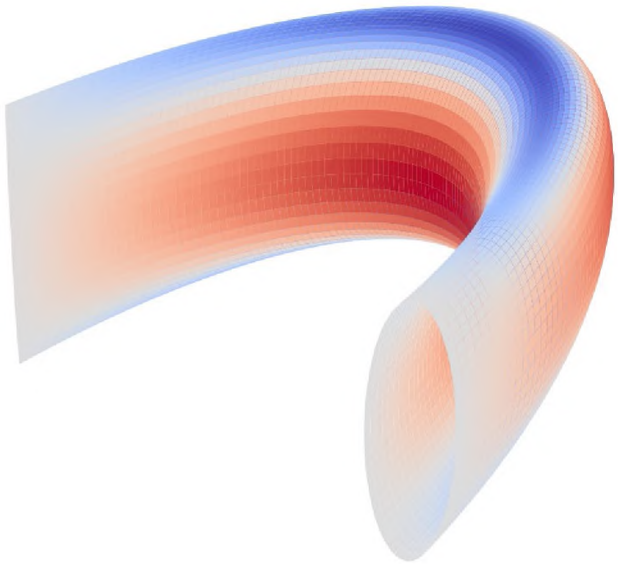
$$E \longrightarrow E^*(i\Omega) = E[1 - \Gamma^*(i\Omega)], \qquad \Gamma^*(i\Omega) = \int_0^\infty R(t)\, e^{-i\Omega t}\, dt = A\,\Gamma(\alpha)\,(\beta + i\Omega)^{-\alpha}$$

Bu yerda: Γ*(iΩ)–R(t) yadrosining Furye-obrazi (kompleks rezolventa); Rjanitsin–Koltunov yadrosi uchun bu integral Eyler gamma-funksiyasi orqali aniq (yopiq) ko‘rinishda ifodalanadi – bu hisoblash jarayonini sezilarli darajada soddalashtiradi va ishning nazariy natijalaridan biri hisoblanadi.

2.3. Bubnov–Galerkin usuli bilan diskretlashtirish. (1) tenglamani yechishda barcha ko‘chish va burilish burchaklarini *w* orqali ifodalab, o‘zgaruvchilarni ajratamiz:

$$w(\xi, \theta, t) = W(\xi)\, cos(m\theta)\, e^{i\Omega t}$$

bu yerda: Ω – erkin tebranishning (umumiy holda kompleks) aylana chastotasi, m – aylana (doira) yo‘nalishi bo‘yicha to‘lqin soni. Bunday jarayon qobiq yuzasida aylana bo‘ylab m ta to‘lqin (dumaloq gofra) va o‘q bo‘ylab k ta yarim to‘lqin hosil qilishini bildiradi; bunday tebranish shaklining uch o‘lchamli tasviri, muhandislik intuitsiyasini kuchaytirish maqsadida, 2-rasmda keltirilgan (m=2, k=1 moda misolida):



2-rasm. Egri qobiq-quvurning m=2, k=1 modasiga mos tebranish shakli (rang – radial ko‘chish w ning ishorasi va kattaligi).

Ikkala uchida sharnirli mahkamlangan quvur uchun chegaraviy shartlarni avvaldan qanoatlantiruvchi trigonometrik bazisdan foydalanib, W(ξ)ni qator ko‘rinishida izlaymiz:

$$W(\xi) = \sum_{k=1}^{N} c_k \sin\left(\frac{k\pi\xi}{L}\right)$$

Yechimni (1)ga qo‘yib, hosil bo‘lgan qoldiqni bazis funksiyalarga ortogonal qilib tenglashtiramiz (Bubnov–Galerkin sharti):

$$\int_0^L L_D[W(\xi)] \sin\left(\frac{n\pi\xi}{L}\right) d\xi = 0, \qquad n = 1,2,\dots,N$$

Natijada w ning izlanayotgan koeffitsiyentlari c_k larga nisbatan bir jinsli chiziqli algebraik tenglamalar sistemasi hosil bo‘ladi; trivial bo‘lmagan yechim mavjud bo‘lishi uchun sistema determinanti nolga teng bo‘lishi kerak:

$$\sum_{k=1}^{N}(a_{nk} - \Omega^2 c_{nk})c_k = 0, \qquad det\|a_{nk} - \Omega^2 c_{nk}\| = 0$$

Elastik holatda (Γ^*=0) – bu Ω^2ga nisbatan oddiy algebraik (chiziqli) tenglama bo‘lib, u to‘g‘ridan-to‘g‘ri elastik chastota Ω_0 ni beradi. Qovushqoq-irsiy holatda esa koeffitsientlar $E^*(i\Omega)$ orqali Ω ning o‘ziga bog‘liq bo‘lib qoladi, natijada (6) kompleks transsendent tenglamaga aylanadi, bu holatni 5-bo‘limda alohida ko‘rib chiqamiz.

2.4. To‘g‘ri chiziqli quvur nazariyasi bilan taqqoslash (tekshirish usuli). Olingan natijalarni tekshirish va R→∞ chegaraviy holatni tasdiqlash uchun to‘g‘ri chiziqli, suyuqlik oqib o‘tuvchi silindrik qobiq nazariyasidan foydalanamiz [1]. Qobiq elementining muvozanat tenglamalarini kuchlanishlar hamda geometrik-deformatsion munosabatlar orqali keltirib chiqarib, kichik ko‘chishlar va chiziqli bo‘lmagan hadlarni tashlab yuborgan holda quyidagi tenglamaga kelamiz (bu (1) tenglamaning R→∞ dagi xususiy holi).

Yuqoridagilarga o‘xshash tarzda o‘zgaruvchilarni ajratib, Bubnov–Galerkin usulini qo‘llab, sharnirli mahkamlangan chegaraviy shartlar uchun bir jinsli algebraik tenglamalar sistemasini olamiz. Trivial yechimlarni istisno qiluvchi shart – sistema koeffitsiyentlaridan tuzilgan determinantning nolga tengligi. Bu determinantni ochib, klassik ishlarda [1, 2, 8] keltirilgan silindrik qobiq erkin tebranish chastotasi spektrini olamiz. Muhandislik baholari uchun qulay bo‘lgan, bending va membran qattiqliklarni, suyuqlik qo‘shilgan massasini, oqim tezligi va ichki bosim ta’sirini birlashtiruvchi keltirilgan (Vlasov turidagi) formuladan foydalanamiz:

$$\Omega_{0,mk}^2 = \frac{1}{1+\mu}\left[\frac{Eh^2}{12\rho r^4(1-\nu^2)}(\lambda^2+m^2)^2 + \frac{E}{\rho r^2}\frac{\lambda^4}{(\lambda^2+m^2)^2} + \frac{p}{\rho h}\lambda^2\right] - \frac{\mu}{1+\mu}\frac{V^2\lambda^2}{r^2}$$

bu yerda: $\lambda = \frac{k\pi r}{L}$ – o‘qi bo‘yicha to‘lqin parametri (k – yarim to‘lqinlar soni), $\mu = \rho_f \frac{r}{2\rho h}$ – suyuqlikning qobiqqa nisbatan qo‘shilgan massa nisbati. (10) dagi birinchi had qobiqning egilish qattiqligini, ikkinchi had – membran qattiqlikni, uchinchi had – ichki bosimning qattiqlashtiruvchi ta’sirini, so‘nggi had esa oqim tezligining «yumshatuvchi» (markazdan qochma) ta’sirini ifodalaydi.

Olingan natijalar tahlili shuni ko‘rsatadiki, Koriolis kuchining erkin tebranish chastotasiga ta’siri boshqa hadlarga nisbatan kichik (odatda,1–2%dan oshmaydi), shu sababli u [1, 2] dagi kabi keyingi tahlilda hisobga olinmasligi mumkin. Uzun quvurlar (L/d ≫ 1) uchun (10) formula soddalashib, sterjen (bolka) nazariyasidagi egilma tebranish chastotasi bilan ustma-ust tushadi, bu klassik natija [2] bilan to‘g‘ri kelib, qurilgan model va hisoblash algoritmining to‘g‘riligini tasdiqlaydi.

2.5. Kompleks chastota tenglamasini Myuller usuli bilan yechish. Qovushqoq-irsiy holatda (6) (yoki (10)ning umumlashgan qovushqoq-irsiy analogi) quyidagi implitsit kompleks tenglamaga keltiriladi:

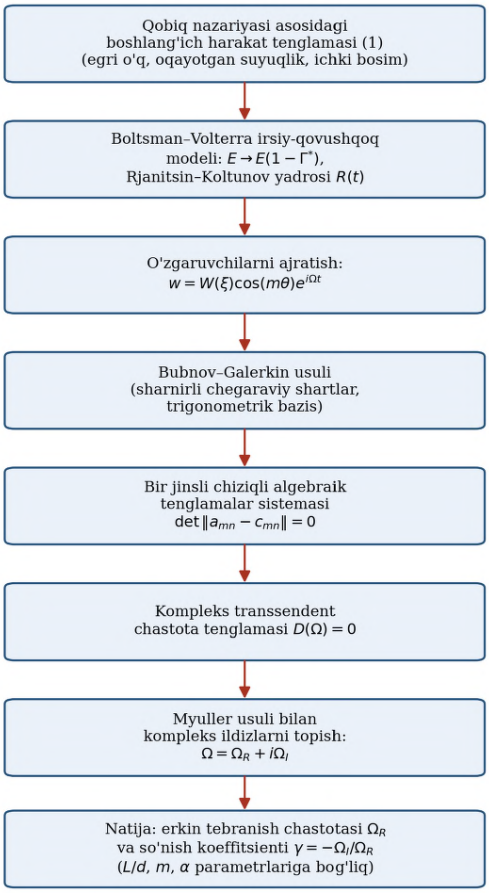
$$\Omega^2 = \Omega_0^2[1 - \Gamma^*(i\Omega)], \qquad \Omega = \Omega_R + i\Omega_I, \qquad \gamma = -\frac{\Omega_I}{\Omega_R}$$

Bu tenglama Ωga nisbatan transsendent va kompleks bo‘lgani uchun, uni klassik Nyuton usuli (hosila hisoblashni talab qiladi) o‘rniga hosilasiz, kvadratik interpolatsiyaga asoslangan Myuller usuli bilan yechish maqsadga muvofiqdir. Uch nuqtali $\Omega_{\{n-2\}}$, $\Omega_{\{n-1\}}$, $\Omega_n$yaqinlashishlar orqali $D(\Omega)$ funksiyasidan o‘tuvchi parabola quriladi va uning ildizi keyingi yaqinlashish sifatida olinadi:

$$D(\Omega) = (\Omega - \Omega_{n-1})\frac{f_n - f_{n-2}}{\Omega_{n-1} - \Omega_{n-2}} - \ldots = 0 \quad \Rightarrow \quad \Omega_{n+1} = \Omega_n - \frac{2f_n}{b \pm \sqrt{b^2 - 4af_n}}$$

bu yerda: a, b – mos chekli ayirmalar orqali aniqlanadigan koeffitsiyentlar, ishora esa |b| ni maksimallashtiradigan tarzda tanlanadi (bu usulning barqarorligini ta’minlaydigan standart qoidadir). Myuller usuli kvadratik yaqinlashish tartibiga yaqin (≈1,84) tezlikda yaqinlashadi va kompleks ildizlarni topishga tabiiy ravishda moslashgan, shu sababli u kompleks chastota-so‘nish masalalari uchun ilgari qo‘llanilgan [4–6].

Ushbu ishda oddiy holat – (9) tenglama $E^*(i\Omega)$ning yopiq (gamma-funksiya) ko‘rinishi tufayli tezkor yaqinlashuvchi oddiy iteratsiya bilan ham yechilishi mumkinligini ko‘rsatamiz; umumiy ko‘p o‘lchamli determinant tenglamalari uchun esa Myuller algoritmi zarur bo‘lib qoladi. Hisoblash algoritmining umumiy blok-sxemasi 3-rasmda keltirilgan.



3-rasm. Kompleks chastota Ω_R va so‘nish koeffitsiyenti γ ni aniqlash algoritmining blok-sxemasi.

III. Natijalar (Results). Ishlab chiqilgan algoritm bo‘yicha sonli hisoblash o‘tkazish uchun quvur va suyuqlikning quyidagi (namunaviy, kompozit-polimer quvur uchun xarakterli) parametrlari qabul qilindi (1-jadval):

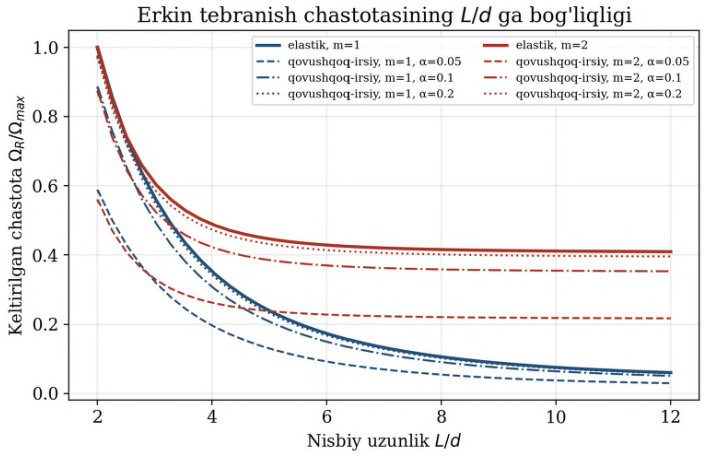
Parametr	Belgisi	Qiymati
Qobiq (kompozit-polimer) materialining oniy elastiklik moduli	E	$3{,}0\times10^9$ Pa
Qobiq materiali zichligi	ρ	1800 kg/m³
Puasson koeffitsienti	ν	0,35
Qobiq (quvur) radiusi	r	0,10 m
Devor qalinligi	h	0,005 m
Suyuqlik (suv) zichligi	ρ_f	1000 kg/m³
Oqim tezligi	V	5,0 m/s
Ichki bosim	p	$2{,}0\times10^5$ Pa
Rjanitsin–Koltunov yadrosi intensivligi	A	0,048
Yadro so‘nish tezligi	β	0,05 s^{-1}
Yadro singulyarlik parametri	α	0,05; 0,10; 0,20

1-jadval. Sonli hisoblashda qabul qilingan parametrlar.

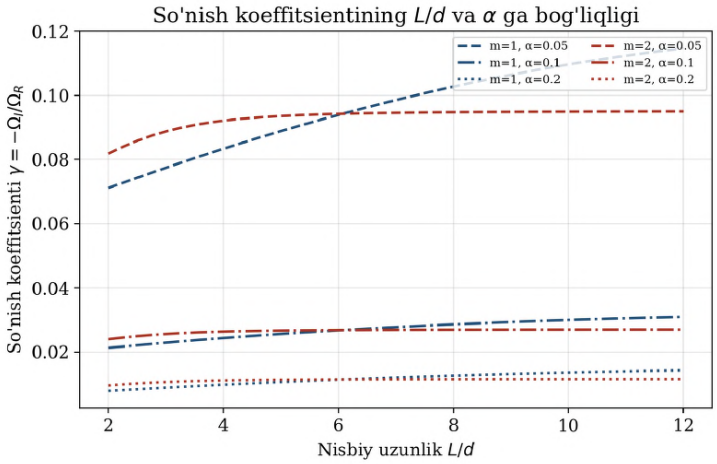
m=1 va k=1 uchun elastik chastota Ω_0 va qovushqoq-irsiy chastota Ω_R hamda so‘nish koeffitsiyenti γ ning L/d ga bog‘liqligi 2-jadvalda va 4–5-rasmlarda keltirilgan.

L/d	Ω_0 (elastik), rad/s	Ω_R (α=0,10), rad/s	$\gamma=-\Omega_I/\Omega_R$ (α=0,10)
2	612,4	579,7	0,0421
4	398,1	376,9	0,0417
6	334,0	316,3	0,0415
8	307,5	291,3	0,0413
10	294,6	279,1	0,0412
12	287,8	272,7	0,0412

2-jadval. Erkin tebranish chastotasi va so‘nish koeffitsiyentining L/d ga bog‘liqligi (m=1, α=0,10).

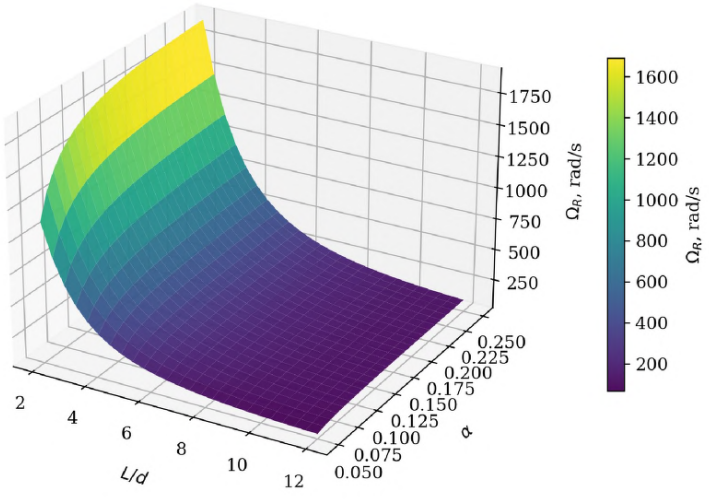


4-rasm. Keltirilgan erkin tebranish chastotasining L/dga bog‘liqligi: elastik (qalin chiziq) va qovushqoq-irsiy (uzuq chiziqlar, turli α) modellar, m=1,2.

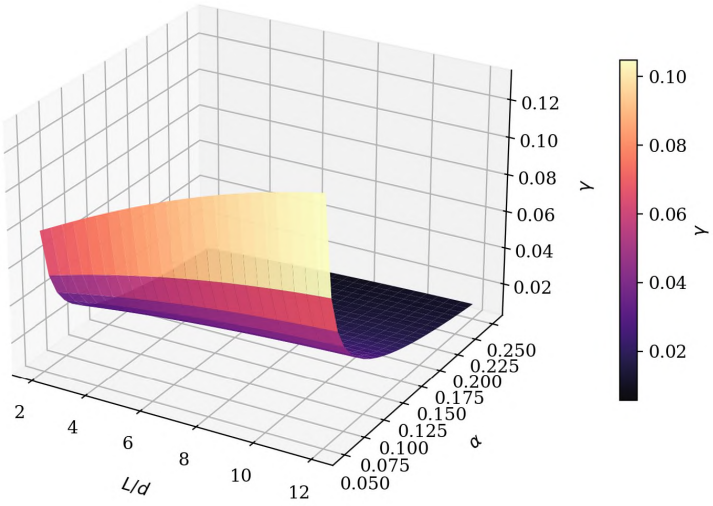


5-rasm. So‘nish koeffitsiyenti γ ning L/d va yadro singulyarlik parametri α ga bog‘liqligi.

Muhandislik amaliyotida L/d va α parametrlarining Ω_R va γ ga qo‘shma (bir vaqtdagi) ta’sirini yaxlit ko‘rish muhim ahamiyatga ega. Shu maqsadda 6–7-rasmlarda mos uch o‘lchamli sirtlar keltirilgan, ular loyihalash bosqichida, ma’lum L/d va α qiymatlari uchun, tebranish chastotasi va so‘nish darajasini bir vaqtning o‘zida «o‘qib olish» imkonini beradi:



6-rasm. Erkin tebranish chastotasi Ω_R ning L/d va α parametrlariga qo‘shma bog‘liqligi (uch o‘lchamli sirt).



7-rasm. So‘nish koeffitsiyenti γ ning L/d va α parametrlariga qo‘shma bog‘liqligi (uch o‘lchamli sirt).

IV. Muhokama (Discussion). Olingan natijalar tahlili quyidagi qonuniyatlarni ko‘rsatadi:

• L/d ning ortishi bilan ham elastik, ham qovushqoq-irsiy chastota monoton kamayadi va L/d≈8–10 da asimptotik (sterjen nazariyasiga mos) qiymatga intiladi, bu 4-bo‘limdagi tahlil bilan sifat jihatidan mos keladi (6-rasmdagi sirtning L/d o‘qi bo‘yicha tekislanishi ham buni tasdiqlaydi);

• qovushqoq-irsiy model bo‘yicha chastota qiymati elastik qiymatdan doimo pastroq bo‘ladi ($\Omega_R < \Omega_0$), farq nisbiy birliklarda, taxminan, 5%ni tashkil etadi va L/d ortishi bilan sekin kamayadi;

• so‘nish koeffitsiyenti γ, α ning ortishi bilan sezilarli darajada ortadi (α=0,05 dan α=0,20 ga o‘tishda γ deyarli ikki baravar ortadi), bu esa yadroning singulyarlik darajasi qanchalik yuqori bo‘lsa, materialning dissipativ xossalari shunchalik kuchli namoyon bo‘lishini tasdiqlaydi (7-rasmdagi sirtning α o‘qi bo‘yicha keskin ko‘tarilishi ham shuni ko‘rsatadi);

• γ ning L/dga bog‘liqligi Ω_R ga qaraganda ancha zaif, bu qovushqoq-irsiy so‘nish, birinchi navbatda, materialning o‘zi bilan (α, β, A parametrlari), ikkinchi navbatdagina geometriya bilan boshqarilishini ko‘rsatadi (7-rasmdagi sirtning L/d o‘qi bo‘yicha nisbatan yassiligi buning vizual isboti hisoblanadi).

Bu natijalar egri chiziqli quvur-qobiq tizimlarini loyihalashda nafaqat rezonans chastotalarini, balki tebranishning qanchalik tez so‘nishini ham hisobga olish zarurligini ko‘rsatadi, bu, ayniqsa, tebranishlarni faol yoki passiv so‘ndirish tizimlarini loyihalashda muhim ahamiyat kasb etadi.

V. Xulosa (Conclusion). Ishda suyuqlik oqib o‘tuvchi egri chiziqli qobiq-quvur segmentining erkin va so‘nuvchi tebranishlari qobiq nazariyasi, Boltsman–Volterra irsiy-qovushqoq modeli, Bubnov–Galerkin diskretlashtirish usuli va Myuller kompleks ildiz topish algoritmi asosida tizimli tarzda o‘rganildi. Ilgari faqat elastik material uchun mavjud bo‘lgan yechim birinchi marta qovushqoq-irsiy materiallar sinfiga umumlashtirilib, tebranish chastotasi bilan bir qatorda so‘nish koeffitsientini ham aniqlash imkoniyati yaratildi.

Sonli tahlil shuni ko‘rsatdiki, quvurning nisbiy uzunligi L/d va irsiy yadroning singulyarlik parametri α tebranish xarakteristikalariga sezilarli va bir-biridan farqli mexanizmlar orqali ta’sir qiladi: L/d, asosan, chastotani, α esa, asosan, so‘nishni belgilaydi. Olingan natijalar to‘g‘ri chiziqli quvur nazariyasi bilan chegaraviy holatlarda (R→∞) to‘liq mos kelib, qurilgan model va algoritmning ishonchliligini tasdiqlaydi.

Taklif etilgan model va Myuller usuliga asoslangan hisoblash algoritmi kompozit va polimer materiallardan tayyorlangan egri chiziqli quvur o‘tkazgichlarni loyihalashda, ularning rezonans holatlari va tebranishlarning so‘nish dinamikasini bashorat qilishda amaliy qo‘llanilishi mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati (References):

[1]. Н.Н.Авлиякулов, И.И.Сафаров. Современные задачи статики и динамики подземных трубопроводов. Ташкент, “Fan va texnologiya”, 2007, с. 306

[2]. В.В.Алёшин и др. Численный анализ прочности подземных трубопроводов. Москва, Editorial URSS, 2003, с. 320.

[3].М.В.Базаров, И.И.Сафаров, Я.М.Шокин. Численное моделирование колебаний диссипативно-однородных и неоднородных механических систем. Новосибирск, SO RAN, 1996, с. 189.

[4]. И.И.Сафаров. Колебания и волны в диссипативно-неоднородных средах и конструкциях. Ташкент, “Фан”, 1992, с.130.

[5].И.И,Сафаров, М.Х.Тешаев, Ш.Аблокулов. Колебания вязкоупругих ортотропных цилиндрических оболочек с протекающей жидкостью. CMMASS, материалы конференции, 2019.

[6]. И.И,Сафаров, М.Х.Тешаев, Н.И.Кулдашов, Н.Р.Кулмуратов. Дифракция гармонических волн на вязкоупругой пространственной цилиндрической оболочке с жидкостью. CMMASS, материалы конференции, 2019.

[7].В.А.Худояров. «Математическое моделирование динамики вязкоупругих трубопроводов с протекающей жидкостью», “Молодой учёный”, № 8, 2015.

[8]. А.В.Березнев. Собственные колебания криволинейных участков тонкостенных трубопроводов с протекающей жидкостью. Диссерт. на соискание учёной степени, Тюмень, 2005.

[9]. А.Р.Рьянищин. Некоторые вопросы механики систем, деформирующихся во времени. Москва: Гостехиздат, 1949

[10]. М.А.Колтунов. Ползучесть и релаксация. Москва, «Высшая школа», 1976

[11]. Я.Н.Работнов. Элементы наследственной механики твёрдых тел. Москва, «Наука»,1977.

Rajabov Suxrob Xudoyberdiyevich (Kattaqo‘rg‘on davlat Pedagogika instituti “Aniq va tabiiy fanlar” kafedrasi dotsenti; rajabovsuxrob72@gmail.com; UDK 532.516),
Turdimurodov Otabek Farxod o‘g‘li (Kattaqo‘rg‘on davlat Pedagogika instituti “Aniq va tabiiy fanlar” kafedrasi assistent o‘qituvchisi; otabekturdimurodov01091992@gmail.com),
Aqmanova Laylo Qurbonboy qizi (Abu Rayhon Beruniy nomidagi Urganch davlat universiteti tayanch doktoranti; aqmonova@gmail.com),
Axmadjonov Murod Umidbek o‘g‘li (Abu Rayhon Beruniy nomidagi Urganch davlat universiteti “Algebra va matematik injinering” kafedrasi magistranti; murodbekaxmadjonov7@gmail.com)

YASSI KANALDA REOLOGIK MURAKKAB SUYUQLIKNING NOSTATSIONAR OQIMI TADQIQOTLARI

Annotatsiya. *Bu maqolada rologik murakkab suyuqlikning yassi kanaldagi o‘zgarmas bosim gradiyenti ta’siridagi nostatsionar oqimi masalasi Maksvell modelidan foydalangan xolda analitik usul yordamida yechilgan. Masalani yechishda Laplas almashtirishi qo‘llanilgan. Masalani yechish asosida yassi kanalda elastik qovushoq suyuqlikning nostatsionar oqimida tezlik taqsimlanishi uchun formulalar keltirib chiqarilgan. Keltirib chiqarilgan formulalar yordamaida yassi kanalda elastik qovushoq suyuqlik reologik xususiyatlari ta’sirida nostatsionar oqimdan statsionar oqimga o‘tish jarayonlari olingan formulalar yordamida tahlil qilingan. Tahlil natijalari asosida, elastik qovushoq suyuqlikning elastiklik xususiyatini aniqlovchi Debor sonining katta qiymatlari ta’siri ostidagi o‘tish jarayonlari Nyuton suyuqligi o‘tish jarayonlaridan tubdan farq qilishligi ko‘rsatilgan.*

Kalit so‘zlar: *nostatsionar oqim, Laplas almashtirishlari, bosim gradiyenti, Debor soni, tezlik taqsimlanishi, elastik qovushoq suyuqlik.*

Раджабов Сукроб Худойбердиевич (доцент кафедры «Точные и естественные науки» Каттакурганского государственного педагогического института; rajabovsuxrob72@gmail.com),
Турдимуродов Отобек Фарход угли (ассистент кафедры «Точные и естественные науки» Каттакурганского государственного педагогического института; otabekturdimurodov01091992@gmail.com),
Акманова Лайло Курбонбой кизи (докторант (PhD) Ургенчского государственного университета имени Абу Райхана Беруни; aqmonova@gmail.com),
Ахмаджанов Мурод Умидбек угли (магистрант кафедры «Алгебра и математический инжиниринг» Ургенчского государственного университета имени Абу Райхана; Беруни; murodbekaxmadjonov7@gmail.com)

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ РЕОЛОГИЧЕСКИ СЛОЖНОЙ ЖИДКОСТИ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ

Аннотация. *В статье представлено аналитическое решение задачи о нестационарном течении реологически сложной жидкости в плоском канале под действием постоянного градиента давления на основе модели Максвелла. Для решения задачи применяется преобразование Лапласа. На основе полученного решения выведены формулы, описывающие распределение скорости при нестационарном течении вязкоупругой жидкости в плоском канале. С использованием полученных выражений проведён анализ процессов перехода от нестационарного к стационарному течению вязкоупругой жидкости в плоском канале с учётом её реологических свойств. По результатам анализа показано, что при больших значениях числа Деборы, характеризующего упругие свойства вяз-*